

# GRUNDWISSEN BRUCHRECHNEN

FRANZ LEMMERMEYER

Um den sicheren Umgang mit Brüchen und Klammern und das Lösen einfacher Gleichungen zu erlernen, muss man

## ÜBEN

### Klasse 7.

(1) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $\frac{x}{2} - \frac{x}{3}$

c)  $\frac{3}{x} - \frac{2}{x}$

e)  $\frac{5x+4}{3} - \frac{2x+1}{3}$

b)  $\frac{2x}{5} + \frac{5x}{2}$

d)  $\frac{3x-2}{7} - \frac{x-3}{7}$

f)  $\frac{4-3x}{4} - \frac{x+8}{4}$

(2) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $2 \cdot \frac{2x-1}{3}$

c)  $-4 \cdot \frac{1-x}{2}$

b)  $(x-1) \cdot \frac{2}{3}$

d)  $-\frac{2-x}{5}$

(3) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $\frac{4x}{12x} =$

c)  $\frac{15x^2}{3x} =$

b)  $\frac{24c}{36cd} =$

d)  $\frac{5xy}{9xy} =$

(4) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $\frac{5x+10}{5}$

c)  $\frac{2x+8}{4x-2}$

e)  $\frac{4x-3}{2x-3}$

b)  $\frac{x^2-3x}{x}$

d)  $\frac{7x+14}{35}$

f)  $\frac{\frac{2}{7} - \frac{2}{11}}{\frac{1}{7} - \frac{1}{11}}$

**Klasse 8.**

(1) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $\frac{4}{x} - \frac{2}{x^2} =$

b)  $\frac{4x^2 - 4y^2}{2x - 2y} =$

c)  $\frac{3x^2 + 4x}{7x} =$

d)  $\frac{5x^2 - 20}{5x + 10} =$

(2) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $mn \cdot \frac{8}{m^2n}$

b)  $\frac{12a - 4}{b} \cdot \frac{b^2}{12}$

c)  $\frac{2r}{r-1} \cdot \frac{r-1}{10}$

d)  $\frac{1}{x^2 - 1} \cdot \frac{2x + 2}{6}$

(3) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $\frac{a+b}{b} : \frac{a+b}{ab}$

b)  $\frac{a-b}{b-a}$

c)  $\frac{m+n}{m}$

d)  $\frac{5r^2s^3}{10rs}$

(4) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $a^2 - (a+b)^2$

b)  $(m+n)^2 - (m-n)^2$

c)  $2r^2 - (r-s)(r+s)$

d)  $2 \cdot (2ab + c)^2$

(5) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $\frac{a^2 - ab}{a-b}$

b)  $\frac{c^2 - 4cd}{c^2}$

c)  $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a+b}$

d)  $\frac{m^2 - 4mn + 4n^2}{m-2n}$

**Klasse 9.**

(1) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $2 \cdot 2^m$

b)  $\frac{1}{2} \cdot 2^{2m}$

c)  $\frac{1}{4} \cdot 2^{m+1}$

d)  $3^{2m} : 9$

(2) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $2^a \cdot 4^b =$

b)  $2^{1+m} : 2^{1-m} =$

c)  $16^{-\frac{1}{2}} =$

d)  $27^{\frac{2}{3}} =$

(3) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $2^x + 3 \cdot 2^x =$

b)  $5 \cdot 2^{x-1} - 3 \cdot 2^{x-1}$

c)  $3 \cdot 3^x + 18 \cdot 3^{x-1} =$

d)  $\frac{4^x + 2^x}{2^x} =$

(4) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $\frac{4^m - 1}{2^m - 1}$

b)  $\frac{2^{a+b}}{2^{a-b}}$

c)  $\frac{3^m - 3}{3}$

d)  $\frac{4^x + 2^{x+1} + 1}{2^x + 1}$

(5) Zerlege so weit wie möglich in Faktoren.

a)  $u^2 - 6uv + 9v^2$

b)  $a^2 + a + \frac{1}{4}$

c)  $6a^3 + 12a^2b + 6ab^2$

d)  $7x^2 - 7x + 1,75$

## LÖSUNGEN

**Klasse 7.**

(1) Vereinfache so weit wie möglich.

(a)  $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{3x}{6} - \frac{2x}{6} = \frac{x}{6}.$

(b)  $\frac{2x}{5} + \frac{5x}{2} = \frac{4x}{10} + \frac{25x}{10} = \frac{29x}{10} = \frac{29}{10}x = 2,9x$

(c)  $\frac{3}{x} - \frac{2}{x} = \frac{1}{x}.$

(d)  $\frac{3x-2}{7} - \frac{x-3}{7} = \frac{3x-2-(x-3)}{7} = \frac{3x-2-x+3}{7} = \frac{2x+1}{7}.$

(e)  $\frac{5x+4}{3} - \frac{2x+1}{3} = \frac{3x+3}{3} = \frac{3(x+1)}{3} = x + 1.$

(f)  $\frac{4-3x}{4} - \frac{x+8}{4} = \frac{-4-4x}{4} = \frac{4(-1-x)}{4} = -x - 1.$

(2) Vereinfache so weit wie möglich.

(a)  $2 \cdot \frac{2x-1}{3} = \frac{4x-2}{3}.$

(b)  $(x-1) \cdot \frac{2}{3} = \frac{2x-2}{3}$

(c)  $-4 \cdot \frac{1-x}{2} = -2(1-x) = 2x - 2$

(d)  $-\frac{2-x}{5} = \frac{x-2}{5}.$

(3) Vereinfache so weit wie möglich.

a)  $\frac{4x}{12x} = 3$

b)  $\frac{24c}{36cd} = \frac{2}{3d}$

c)  $\frac{15x^2}{3x} = 5x$

d)  $\frac{5xy}{9xy} = \frac{5}{9}$

(4) Vereinfache so weit wie möglich.

(a)  $\frac{5x+10}{5} = \frac{5(x+2)}{5} = x + 2$

(b)  $\frac{x^2-3x}{x} = \frac{x(x-3)}{x} = x - 3$

(c)  $\frac{2x+8}{4x-2} = \frac{2(x+4)}{2(2x-1)} = \frac{x+4}{2x-1}$

(d)  $\frac{7x+14}{35} = \frac{7(x+2)}{7 \cdot 5} = \frac{x+2}{5}$

(e)  $\frac{4x-3}{2x-3}$  lässt sich nicht vereinfachen.(f)  $\frac{\frac{2}{7} - \frac{2}{11}}{\frac{1}{7} - \frac{1}{11}} = 2$ , weil im Zähler das Doppelte des Nenners steht. Mankann den Bruch auch durch Erweitern mit 77 vereinfachen:  $\frac{\frac{2}{7} - \frac{2}{11}}{\frac{1}{7} - \frac{1}{11}} =$ 

$$\frac{(\frac{2}{7} - \frac{2}{11}) \cdot 7 \cdot 11}{(\frac{1}{7} - \frac{1}{11}) \cdot 7 \cdot 11} = \frac{22-14}{11-7} = \frac{8}{4} = 2.$$

**Klasse 8.**

(1) Vereinfache so weit wie möglich.

(a)  $\frac{4}{x} - \frac{2}{x^2} = \frac{4x}{x^2} - \frac{2}{x^2} = \frac{4x-2}{x^2}$

(b)  $\frac{4x^2-4y^2}{2x-2y} = \frac{4(x^2-y^2)}{2(x-y)} = \frac{4(x-y)(x+y)}{2(x-y)} = 2(x+y)$

(c)  $\frac{3x^2+4x}{7x} = \frac{x(3x+4)}{7x} = \frac{3x+4}{7}$

(d)  $\frac{5x^2-20}{5x+10} = \frac{5(x^2-4)}{5(x+2)} = \frac{5(x-2)(x+2)}{5(x+2)} = x-2.$

(2) Vereinfache so weit wie möglich.

(a)  $mn \cdot \frac{8}{m^2n} = \frac{8mn}{m^2n} = \frac{8}{m}.$

(b)  $\frac{12a-4}{b} \cdot \frac{b^2}{12} = \frac{4(3a-1)}{b} \cdot \frac{b^2}{4 \cdot 3} = (3a-1) \cdot \frac{b}{3} = \frac{(3a-1)b}{3}.$

(c)  $\frac{2r}{r-1} \cdot \frac{r-1}{10} = \frac{2r}{10} = \frac{r}{5}$

(d)  $\frac{1}{x^2-1} \cdot \frac{2x+2}{6} = \frac{1}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{2(x+1)}{2 \cdot 3} = \frac{x+1}{3(x-1)}.$

(3) Vereinfache so weit wie möglich.

(a)  $\frac{a+b}{b} : \frac{a+b}{ab} = \frac{a+b}{b} \cdot \frac{ab}{a+b} = a.$

(b)  $\frac{a-b}{b-a} = -\frac{b-a}{b-a} = -1$

(c)  $\frac{m+n}{m}$  kann man nicht kürzen; es ist aber  $\frac{m+n}{m} = \frac{m}{m} + \frac{n}{m} = 1 + \frac{n}{m}.$

(d)  $\frac{5r^2s^3}{10rs} = \frac{rs^2}{2}.$

(4) Vereinfache so weit wie möglich.

(a)  $a^2 - (a+b)^2 = a^2 - (a^2 + 2ab + b^2) = a^2 - a^2 - 2ab - b^2 = -2ab - b^2.$

(b)  $(m+n)^2 - (m-n)^2 = m^2 + 2mn + n^2 - (m^2 - 2mn + n^2) = m^2 + 2mn + n^2 - m^2 + 2mn - n^2 = 4mn.$

(c)  $2r^2 - (r-s)(r+s) = 2r^2 - (r^2 - s^2) = 2r^2 - r^2 + s^2 = r^2 + s^2.$

(d)  $2 \cdot (2ab+c)^2 = 2(4a^2b^2 + 4abc + c^2) = 8a^2b^2 + 8abc + 2c^2$

(5) Vereinfache so weit wie möglich.

(a)  $\frac{a^2-ab}{a-b} = \frac{a(a-b)}{a-b} = a$

(b)  $\frac{c^2-4cd}{c^2} = \frac{c(c-4d)}{c^2} = \frac{c-4d}{c}.$

(c)  $\frac{a^2+2ab+b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{a+b} = a+b$

(d)  $\frac{m^2-4mn+4n^2}{m-2n} = \frac{(m-2n)^2}{m-2n} = m-2n$

**Klasse 9.**

(1) Vereinfache so weit wie möglich.

(a)  $2 \cdot 2^m = 2^1 \cdot 2^m = 2^{m+1}$

(b)  $\frac{1}{2} \cdot 2^{2m} = 2^{2m} : 2^1 = 2^{2m-1}$

(c)  $\frac{1}{4} \cdot 2^{m+1} = 2^{m+1} : 2^2 = 2^{m-1}$

(d)  $3^{2m} : 9 = 3^{2m} : 3^2 = 3^{2m-2}$

(2) Vereinfache so weit wie möglich.

(a)  $2^a \cdot 4^b = 2^a \cdot (2^2)^b = 2^a \cdot 2^{2b} = 2^{a+2b}$

(b)  $2^{1+m} : 2^{1-m} = 2^{1+m-(1-m)} = 2^{1+m-1+m} = 2^{2m}$

(c)  $16^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$

(d)  $27^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^2} = 3^2 = 9$

(3) Vereinfache so weit wie möglich.

(a)  $2^x + 3 \cdot 2^x = (1 + 3) \cdot 2^x = 4 \cdot 2^x = 2^2 \cdot 2^x = 2^{x+2}$

(b)  $5 \cdot 2^{x-1} - 3 \cdot 2^{x-1} = 2 \cdot 2^{x-1} = 2^x$

(c)  $3 \cdot 3^x + 18 \cdot 3^{x-1} = 3 \cdot 3^x + 2 \cdot 3^2 \cdot 3^{x-1} = 3^{x+1} + 2 \cdot 3^{x+1} = 3 \cdot 3^{x+1} = 3^{x+2}$

(d)  $\frac{4^{x+2x}}{2^x} = \frac{2^{2x+2x}}{2^x} = \frac{2^x(2^x+1)}{2^x} = 2^x + 1.$

(4) Vereinfache so weit wie möglich.

(a)  $\frac{4^m-1}{2^m-1} = \frac{2^{2m}-1}{2^m-1} = \frac{(2^m-1)(2^m+1)}{2^m-1} = 2^m + 1$

(b)  $\frac{2^{a+b}}{2^{a-b}} = 2^{a+b-(a-b)} = 2^{2a}$

(c)  $\frac{3^m-3}{3} = \frac{3(3^{m-1}-1)}{3} = 3^{m-1} - 1$ ; oder  $\frac{3^m-3}{3} = \frac{3^m}{3} - \frac{3}{3} = 3^{m-1} - 1$

(d)  $\frac{4^{x+2x+1}+1}{2^{x+1}} = \frac{2^{2x+2 \cdot 2x+1}}{2^{x+1}} = \frac{(2^x+1)^2}{2^{x+1}} = 2^x + 1$

(5) Zerlege so weit wie möglich in Faktoren.

(a)  $u^2 - 6uv + 9v^2 = (u - 3v)^2$

(b)  $a^2 + a + \frac{1}{4} = (a + \frac{1}{2})^2$

(c)  $6a^3 + 12a^2b + 6ab^2 = 6a(a^2 + 2ab + b^2) = 6a(a + b)^2$

(d)  $7x^2 - 7x + 1,75 = 7(x^2 + x + \frac{1}{4}) = 7(x + \frac{1}{2})^2.$