# BINOMISCHE FORMELN

FRANZ LEMMERMEYER

**Das Distributivgesetz.** Die binomischen Formeln sind im wesentlichen Varianten des Distributivgesetzes. Dieses kennen wir schon; es besagt, dass

$$a(b+c) = ab + ac \quad \text{und} \quad (a+b)c = ac + bc \tag{1}$$

gilt. Dabei muss klar sein, dass ein Ausdruck $a(b+c)$ kein Befehl zum Auflösen der Klammern ist: manchmal ist das Auflösen der Klammern nützlich, manchmal nicht.

So wird man bei $7 \cdot (18+12)$ erst die Klammer ausrechnen und dann mit 7 multiplizieren, weil

$$7 \cdot (18+12) = 7 \cdot 30 = 210$$

leichter zu berechnen ist als

$$7 \cdot (18+12) = 7 \cdot 18 + 7 \cdot 12 = 126 + 84 = 210.$$

Umgekehrt wird man bei $45 - \frac{45}{7}$ eher ausklammern als den ersten Summanden auf den Hauptnenner 7 zu bringen, denn dann wird die Sache ganz einfach:

$$45 - \frac{45}{7} = 45\Big(1 - \frac{1}{7}\Big) = 45 \cdot \frac{6}{7} = \frac{270}{7}.$$

Es sei bemerkt, dass man $45 \cdot 6$ am besten mit dem Assoziativgesetz ausrechnet:

$$45 \cdot 6 = 45 \cdot (2 \cdot 3) = (45 \cdot 2) \cdot 3 = 90 \cdot 3 = 270.$$

Bei Produkten zweier Zahlen, von denen eine gerade ist, kann man immer einen Faktor verdoppeln und den andern halbieren, ohne dass das Produkt sich ändert: so wäre etwa $25 \cdot 24 = 50 \cdot 12 = 100 \cdot 8 = 600$.

Größen in (1) wie das Produkt $ab$ können wir als Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seiten $a$ und $b$ interpretieren; in diesem Zusammenhang besagt das Distributivgesetz (1) nur, dass die Fläche eines Rechtecks, das durch eine Parallele zu seinen Seiten in zwei Teile geteilt wird, die Summe der Flächen der Teile ist:

**Aufgabe 1.** *Interpretiere die Gleichung $a(b+c+d) = ab + ac + ad$ geometrisch.*

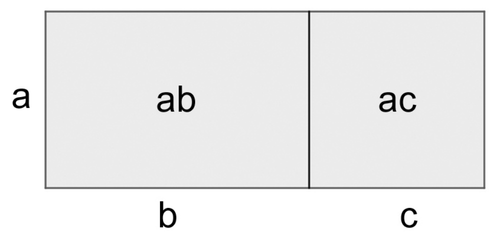



Abbildung 1. Das Distributivgesetz

Etwas schwieriger wird die Sache, wenn man zwei Summen miteinander multipliziert: was ist $(a + b)(c + d)$? Wenn wir zur Abkürzung $c + d = C$ setzen, dann finden wir

$$(a+b)(c+d) = (a+b)C = aC+bC = a(c+d)+b(c+d) = ac+ad+bc+bd,$$

wobei wir das gewöhnliche Distributivgesetz zweimal angewandt haben.

Die geometrische Interpretation der Gleichung

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd \tag{2}$$

ist vielleicht noch überzeugender:

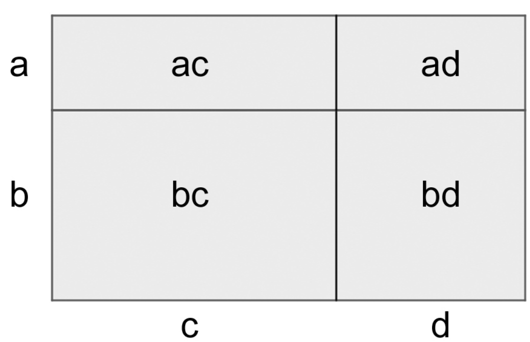



Abbildung 2. Das Distributivgesetz für zwei Summen

**Aufgabe 2.** *Bestimme $(a+b)(c+d+e)$ und interpretiere das Ergebnis geometrisch.*

**Wichtige Bemerkung.** Neben dem Distributivgesetz ist für das Rechnen mit Zahlen und Termen noch das Assoziativgesetz wichtig (wir haben oben schon ein Beispiel dafür gegeben). Im Falle der Addition besagt es, dass die Summe von drei (oder mehr) Summanden nicht von der Klammerung abhängt, dass also $2 + (3 + 4) = (2 + 3) + 4$ ist, oder allgemein

$$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c.$$

Genausowenig wie man beim Addieren $2+(3+4) = 5+6 = 11$ rechnen darf, kann man dies beim Multiplizieren tun: es ist auch dort

$$2 \cdot (3 \cdot 4) = (2 \cdot 3) \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 4$$

und eben nicht $2 \cdot (3 \cdot 4) = 6 \cdot 8$! Das Assoziativgesetz der Multiplikation

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot b \cdot c$$

lässt sich geometrisch interpretieren: Die Formel $abc$ beschreibt das Volumen eines Quaders mit den Kanten $a$, $b$ und $c$, und das Assoziativgesetz besagt, dass dieses Volumen nicht davon abhängt, welche Fläche des Quaders man als Grundfläche benutzt (Abb. 3).

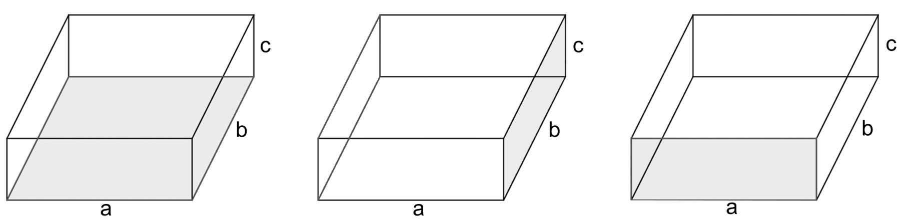



Abbildung 3. Das Assoziativgesetz der Multiplikation

## 1. Übungen

(1) Berechne:

| | |
|---|---|
| a) $3(1 + 4x)$ | b) $5(ab + 2cd)$ |
| c) $a(a + bc)$ | d) $rs(r + s)$ |

(2) Berechne:

| | |
|---|---|
| a) $(a + b)(a + c)$ | b) $(a - 2b)(b - 2a)$ |
| c) $a(r - s) - r(a - s)$ | d) $a(a + b) - b(a + b)$ |

(3) Klammere so viel aus wie möglich:

| | |
|---|---|
| a) $12x + 18y$ | b) $24xy - 30x$ |
| c) $ax^2 + 2abx$ | d) $12rs^2 - 15r^2s$ |

(4) Fasse zusammen:

a) $\frac{a}{5} + \frac{2a}{5}$ b) $\frac{a}{2} + \frac{a}{3}$

c) $\frac{3x}{7} - \frac{y}{2}$ d) $x + \frac{2x}{3}$

(5) Fasse zusammen:

a) $1 + \frac{1}{a}$ b) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

c) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ d) $a - \frac{a}{b}$

(6) Fasse zusammen:

a) $\frac{a}{2} \cdot \frac{4}{a}$ b) $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}$

c) $\frac{3a}{3b} \cdot \frac{3ab}{2}$ d) $x \cdot \frac{2}{x}$

(7) Fasse zusammen:

a) $\Big(1 + \frac{1}{x}\Big)x$ b) $\Big(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\Big)(x+y)$

c) $2x\Big(\frac{3}{2x} - \frac{5}{4x}\Big)$ d) $\Big(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\Big)(x-y)$

(8) Vereinfache:

a) $\frac{x}{2} : x$ b) $\frac{x}{2} : 2$

c) $\frac{a}{2} : \frac{a}{3}$ d) $\frac{a}{2} : \frac{b}{2}$

(9) Vereinfache:

a) $\frac{1}{a} : \frac{1}{b}$ b) $\frac{a}{b} : \frac{b}{a}$

c) $\frac{x-1}{y} : \frac{x-1}{x}$ d) $\frac{a}{b} : \frac{2a}{b}$

(10) Rechne auf zwei verschiedene Arten:

a) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{8}\,)$ b) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{12} + \sqrt{48}\,)$

c) $\sqrt{5} \cdot (5\sqrt{5} - \sqrt{20}\,)$ d) $\sqrt{8} \cdot (8\sqrt{2} - 2\sqrt{8}\,)$

**Die Binomischen Formeln.** Die binomischen Formeln sind im wesentlichen oft vorkommende Spezialfälle von (2). Setzt man dort nämlich $c = a$ und $d = b$, so wird daraus

$$(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Auch diese Formel lässt sich geometrisch interpretieren (Abb. 4 links).

Diese binomische Formel ist nur dann hilfreich, wenn man damit auch z.B. $(x + 2y)^2$ ausrechnen kann: hier ist $a = x$ und $b = 2y$, also

$$(x + 2y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2y + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2.$$

Die Klammer bei $(2y)^2$ ist wichtig, denn ohne die Klammer würde hier nur $2y^2 = 2 \cdot y^2$ stehen anstatt $4y^2$.

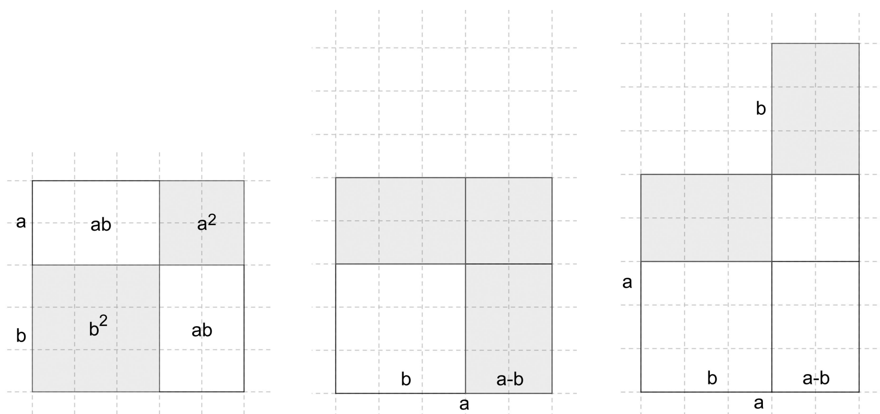



Abbildung 4. Binomische Formeln

Die Formel

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \tag{3}$$

heißt die *erste binomische Formel*.

Wichtig ist dabei, das Mittelglied $2ab$ nicht zu vergessen, denn $(a+b)^2$ ist eben ganz und gar nicht gleich $a^2 + b^2$. Anders sieht das natürlich bei der Multiplikation aus: Dort gilt in der Tat

$$(a \cdot b)^2 = abab = a^2 \cdot b^2,$$

was sich nicht so einfach geometrisch veranschaulichen lässt, weil auf beiden Seiten der Gleichung ein Produkt von Flächen steht.

Die *zweite binomische Formel* erhält man, wenn man in der ersten $b$ durch $-b$ ersetzt:

$$(a - b)^2 = (a + (-b))^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Die *dritte binomische Formel*

$$(a+b)(a-b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$$

ist interessanter; ihre geometrische Veranschaulichung ist in Abb. 4 zu sehen: Die gefärbte Fläche in der mittleren Figur hat den Inhalt $a^2 - b^2$; schiebt man das Rechteck links oben auf die Spitze der rechten gefärbten Fläche, erhält man ein Rechteck mit Grundseite $a - b$ und Höhe $a + b$. Also ist $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

Zusammenfassend haben wir also die drei binomischen Formeln

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2,\\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2,\\ (a+b)(a-b) &= a^2 - b^2.\end{aligned}$$

Diese muss man in beiden Richtungen beherrschen, d.h. man muss sowohl mühelos (!)

$$(2x+3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

rechnen können, als auch umgekehrt sehen (und das ist schwieriger), dass z.B.

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = (x-2y)^2 \quad \text{und} \quad 4c^2 - 9d^2 = (2c+3d)(2c-3d)$$

gilt.

## 2. Anwendungen

Binomische Formeln erleichtern das Kopfrechnen, etwa das Bestimmen von Quadratzahlen. So ist

$$41^2 = (40+1)^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 1 + 1^2 = 1600 + 80 + 1 = 1681$$

oder auch

$$38 \cdot 42 = (40-2)(40+2) = 40^2 - 2^2 = 1600 - 4 = 1396.$$

Ein bekannter Rechentrick zur Bestimmung der Quadrate von Zahlen, die auf 5 enden, funktioniert so: um etwa $65^2$ auszurechnen, hängt man an $6 \cdot (6+1) = 6 \cdot 7 = 42$ eine 25 an und erhält $65^2 = 4225$. Entsprechend ist $85^2 = 7225$ wegen $8 \cdot 9 = 25$.

Hinter diesem Trick steckt die erste binomische Formel:

$$\begin{aligned}65^2 &= (60+5)^2 = 60^2 + 2 \cdot 60 \cdot 5 + 5^2 = 60^2 + 60 \cdot 10 + 25\\ &= 60(60+10) + 25 = 60 \cdot 70 + 25 = 6 \cdot 7 \cdot 100 + 25,\end{aligned}$$

oder ganz allgemein

$$(10a+5)^2 = 100a^2 + 2 \cdot 10a \cdot 5 + 5^2 = 100a^2 + 100a + 25 = 100a(a+1) + 25.$$

## 3. Übungen

(1) Berechne

a) $(x+2y)^2$ b) $(2r-5s)^2$

c) $(3x-c)^2$ d) $(2ab+1)^2$

(2) Berechne

a) $(a-2b)^2$ b) $(2b-a)^2$

c) $(-a-2b)^2$ d) $-(a-2b)^2$

(3) Berechne

a) $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$ b) $\left(\frac{2}{a}+\frac{2}{b}\right)^2$

c) $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^2$ d) $\left(\frac{2a}{5}+\frac{3b}{4}\right)^2$

(4) Berechne (alle vorkommenden Terme sind positiv):

a) $\sqrt{9x^2}$ b) $\sqrt{4x\cdot\sqrt{16x^2}}$

c) $\sqrt{(a+b)(a-b)+b^2}$ d) $\sqrt{9x^2+72xy+144y^2}$

(5) Berechne auf zwei verschiedene Arten:

a) $(\sqrt{2}+\sqrt{8}\,)^2$ b) $(2\sqrt{3}+\sqrt{27}\,)^2$

c) $(\sqrt{50}-\sqrt{32}\,)^2$ d) $(3\sqrt{5}-2\sqrt{20}\,)^2$

(6) Berechne

a) $(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})$ b) $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)$

c) $(\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{5})$ d) $(\sqrt{13}-\sqrt{11})(\sqrt{13}+\sqrt{11})$

(7) * Mache die Nenner rational (Hinweis: Betrachte die vorhergehende Aufgabe):

a) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ b) $\frac{3}{3-\sqrt{2}}$

c) $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$ d) $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$

(8) * Berechne die folgende Summe (Hinweis: Mache die Nenner rational):

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}.$$

(9) Berechne mit der binomischen Formel:

a) $23^2$ b) $82^2$
c) $99^2$ d) $38^2$

(10) Berechne

a) $79 \cdot 81$ b) $42^2$
c) $39^2$ d) $39 \cdot 41$

(11) Interpretiere die Formel $(a + 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$ geometrisch, indem du das Quadrat mit Kantenlänge $a + b + b$ betrachtest.

(12) Berechne $(a+b+c)^2$ und interpretiere das Ergebnis geometrisch.

(13) Berechne $38^2$ mit der ersten, und danach $37 \cdot 39$, $36 \cdot 40$ und $35 \cdot 41$ mit der dritten binomischen Formel.

(14) Berechne $45^2$, $75^2$ und $105^2$ mit dem Rechentrick.

(15) Ziehe die Quadratwurzel:

a) $\sqrt{625}$ b) $\sqrt{2025}$
c) $\sqrt{56{,}25}$ d) $\sqrt{0{,}3025}$

(16) Berechne $81^2$, und danach $79 \cdot 83$ und $78 \cdot 84$.

(17) Berechne $39 \cdot 43$ und $38 \cdot 44$.

(18) Vereinfache

a) $(x + 1)^2 - (x - 1)^2$ b) $(x + y)^2 - (x - y)^2$
c) $a^2 - (a + b)(a - b)$ d) $1 - (x + 1)^2$

(19) Schreibe als binomische Formel:

a) $x^2 + 6xy + 9y^2$ b) $4x^2 + 8xy + 4y^2$
c) $a^2 - 4ac + 4c^2$ d) $4p^2 - 25q^2$

(20) Beweise die Formel

$$ab = \Big(\frac{a+b}{2}\Big)^2 - \Big(\frac{a-b}{2}\Big)^2.$$

Wie kann man damit $13 \cdot 17$ oder $24 \cdot 26$ ausrechnen?

(21) Beweise, dass die folgende Gleichung richtig ist:

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2.$$

(22) Beweise, dass die folgende Gleichung richtig ist:

$$(a^2 + 2b^2)(c^2 + 2d^2) = (ac - 2bd)^2 + 2(ad + bc)^2.$$

(23) Stelle eine Vermutung auf, wie sich

$$(a^2 + 3b^2)(c^2 + 3d^2)$$

als Summe eines Quadrats und des Dreifachen eines Quadrats schreiben lässt und rechne nach, dass die Gleichung stimmt.

(24) Zeige, dass gilt:

$$(m^2 - 1)^2 + (2m)^2 = (m^2 + 1)^2.$$

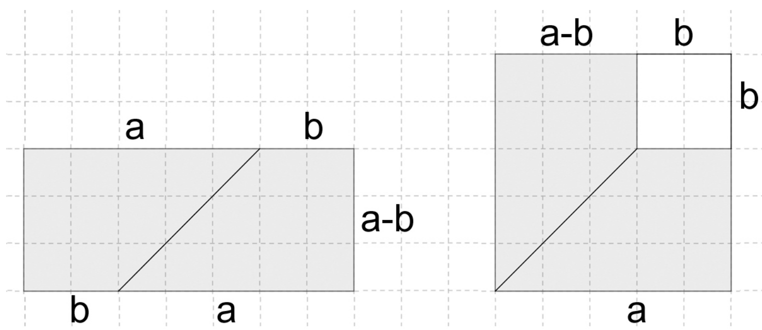
(25) Löse folgende Gleichungen (Barth et al., Algebra 1):

a) $$(2x + 3)(2x - 3) = (2x + 3)^2$$

b) $$(x + 3)^2 + 2(2x + 1)(2x - 1) = (5 - 3x)^2$$

c) $$(x - 3)^2 - x^2 = 3 - 3(x + 2)$$

(26) Welche Formel wird hier veranschaulicht?



## 4. Routineaufgaben

Die folgenden Aufgaben sind erst vorwärts zu machen, später auch in der umgekehrten Reihenfolge (von der Lösung zur Aufgabe).

### 4.1. **Binomische Formeln I.**

| | | |
|---|---|---|
| $(a)$ | $(4a+6b)^2 =$ | $(7a+2b)^2 =$ |
| $(b)$ | $(4a+8b)^2 =$ | $(4a+b)^2 =$ |
| $(c)$ | $(6a+9b)^2 =$ | $(7a+2b)^2 =$ |
| $(d)$ | $(6a+b)^2 =$ | $(2a+8b)^2 =$ |
| $(e)$ | $(4a+9b)^2 =$ | $(5a+8b)^2 =$ |
| $(f)$ | $(2a+6b)^2 =$ | $(4a+3b)^2 =$ |
| $(g)$ | $(6a+b)^2 =$ | $(3a+2b)^2 =$ |
| $(h)$ | $(7a+7b)^2 =$ | $(4a+3b)^2 =$ |
| $(i)$ | $(7a+3b)^2 =$ | $(4a+4b)^2 =$ |
| $(j)$ | $(5a+3b)^2 =$ | $(2a+5b)^2 =$ |
| $(k)$ | $(9a+6b)^2 =$ | $(9a+7b)^2 =$ |
| $(l)$ | $(a+2b)^2 =$ | $(a+2b)^2 =$ |
| $(m)$ | $(2a+6b)^2 =$ | $(3a+7b)^2 =$ |
| $(n)$ | $(3a+9b)^2 =$ | $(3a+6b)^2 =$ |
| $(o)$ | $(a+9b)^2 =$ | $(a+7b)^2 =$ |

### 4.2. **Binomische Formeln II.**

| | | |
|---|---|---|
| $(a)$ | $(2a-9b)^2 =$ | $(4a-9b)^2 =$ |
| $(b)$ | $(3a-4b)^2 =$ | $(9a-6b)^2 =$ |
| $(c)$ | $(2a-6b)^2 =$ | $(7a-7b)^2 =$ |
| $(d)$ | $(5a-7b)^2 =$ | $(3a-5b)^2 =$ |
| $(e)$ | $(a-7b)^2 =$ | $(8a-4b)^2 =$ |
| $(f)$ | $(a-6b)^2 =$ | $(2a-9b)^2 =$ |
| $(g)$ | $(7a-5b)^2 =$ | $(5a-3b)^2 =$ |
| $(h)$ | $(3a-9b)^2 =$ | $(2a-b)^2 =$ |
| $(i)$ | $(6a-9b)^2 =$ | $(3a-2b)^2 =$ |
| $(j)$ | $(6a-6b)^2 =$ | $(5a-2b)^2 =$ |
| $(k)$ | $(9a-4b)^2 =$ | $(7a-6b)^2 =$ |
| $(l)$ | $(a-7b)^2 =$ | $(8a-9b)^2 =$ |
| $(m)$ | $(7a-2b)^2 =$ | $(4a-2b)^2 =$ |
| $(n)$ | $(3a-6b)^2 =$ | $(7a-6b)^2 =$ |
| $(o)$ | $(5a-7b)^2 =$ | $(7a-5b)^2 =$ |

### 4.3. **Binomische Formeln III.**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $(a)$ | $(6a-b)(6a+b)$ | $=$ | $(8a-b)(8a+b)$ | $=$ |
| $(b)$ | $(3a-6b)(3a+6b)$ | $=$ | $(2a-6b)(2a+6b)$ | $=$ |
| $(c)$ | $(7a-7b)(7a+7b)$ | $=$ | $(3a-8b)(3a+8b)$ | $=$ |
| $(d)$ | $(9a-b)(9a+b)$ | $=$ | $(a-7b)(a+7b)$ | $=$ |
| $(e)$ | $(6a-4b)(6a+4b)$ | $=$ | $(5a-6b)(5a+6b)$ | $=$ |
| $(f)$ | $(6a-3b)(6a+3b)$ | $=$ | $(3a-b)(3a+b)$ | $=$ |
| $(g)$ | $(a-6b)(a+6b)$ | $=$ | $(3a-8b)(3a+8b)$ | $=$ |
| $(h)$ | $(9a-2b)(9a+2b)$ | $=$ | $(4a-9b)(4a+9b)$ | $=$ |
| $(i)$ | $(5a-8b)(5a+8b)$ | $=$ | $(4a-8b)(4a+8b)$ | $=$ |
| $(j)$ | $(3a-2b)(3a+2b)$ | $=$ | $(6a-2b)(6a+2b)$ | $=$ |
| $(k)$ | $(5a-7b)(5a+7b)$ | $=$ | $(6a-5b)(6a+5b)$ | $=$ |
| $(l)$ | $(9a-7b)(9a+7b)$ | $=$ | $(5a-9b)(5a+9b)$ | $=$ |
| $(m)$ | $(4a-6b)(4a+6b)$ | $=$ | $(8a-4b)(8a+4b)$ | $=$ |
| $(n)$ | $(7a-5b)(7a+5b)$ | $=$ | $(3a-9b)(3a+9b)$ | $=$ |
| $(o)$ | $(8a-4b)(8a+4b)$ | $=$ | $(a-b)(a+b)$ | $=$ |

# Lösungen

## 4.1. **Binomische Formeln I**

| | | |
|---|---|---|
| $(a)$ | $16a^2 + 48ab + 36b^2$ | $49a^2 + 28ab + 4b^2$ |
| $(b)$ | $16a^2 + 64ab + 64b^2$ | $16a^2 + 8ab + b^2$ |
| $(c)$ | $36a^2 + 108ab + 81b^2$ | $49a^2 + 28ab + 4b^2$ |
| $(d)$ | $36a^2 + 12ab + b^2$ | $4a^2 + 32ab + 64b^2$ |
| $(e)$ | $16a^2 + 72ab + 81b^2$ | $25a^2 + 80ab + 64b^2$ |
| $(f)$ | $4a^2 + 24ab + 36b^2$ | $16a^2 + 24ab + 9b^2$ |
| $(g)$ | $36a^2 + 12ab + b^2$ | $9a^2 + 12ab + 4b^2$ |
| $(h)$ | $49a^2 + 98ab + 49b^2$ | $16a^2 + 24ab + 9b^2$ |
| $(i)$ | $49a^2 + 42ab + 9b^2$ | $16a^2 + 32ab + 16b^2$ |
| $(j)$ | $25a^2 + 30ab + 9b^2$ | $4a^2 + 20ab + 25b^2$ |
| $(k)$ | $81a^2 + 108ab + 36b^2$ | $81a^2 + 126ab + 49b^2$ |
| $(l)$ | $a^2 + 4ab + 4b^2$ | $a^2 + 4ab + 4b^2$ |
| $(m)$ | $4a^2 + 24ab + 36b^2$ | $9a^2 + 42ab + 49b^2$ |
| $(n)$ | $9a^2 + 54ab + 81b^2$ | $9a^2 + 36ab + 36b^2$ |
| $(o)$ | $a^2 + 18ab + 81b^2$ | $a^2 + 14ab + 49b^2$ |

## 4.2. **Binomische Formeln II**

| | | |
|---|---|---|
| $(a)$ | $4a^2 - 36ab + 81b^2$ | $16a^2 - 72ab + 81b^2$ |
| $(b)$ | $9a^2 - 24ab + 16b^2$ | $81a^2 - 108ab + 36b^2$ |
| $(c)$ | $4a^2 - 24ab + 36b^2$ | $49a^2 - 98ab + 49b^2$ |
| $(d)$ | $25a^2 - 70ab + 49b^2$ | $9a^2 - 30ab + 25b^2$ |
| $(e)$ | $a^2 - 14ab + 49b^2$ | $64a^2 - 64ab + 16b^2$ |
| $(f)$ | $a^2 - 12ab + 36b^2$ | $4a^2 - 36ab + 81b^2$ |
| $(g)$ | $49a^2 - 70ab + 25b^2$ | $25a^2 - 30ab + 9b^2$ |
| $(h)$ | $9a^2 - 54ab + 81b^2$ | $4a^2 - 4ab + b^2$ |
| $(i)$ | $36a^2 - 108ab + 81b^2$ | $9a^2 - 12ab + 4b^2$ |
| $(j)$ | $36a^2 - 72ab + 36b^2$ | $25a^2 - 20ab + 4b^2$ |
| $(k)$ | $81a^2 - 72ab + 16b^2$ | $49a^2 - 84ab + 36b^2$ |
| $(l)$ | $a^2 - 14ab + 49b^2$ | $64a^2 - 144ab + 81b^2$ |
| $(m)$ | $49a^2 - 28ab + 4b^2$ | $16a^2 - 16ab + 4b^2$ |
| $(n)$ | $9a^2 - 36ab + 36b^2$ | $49a^2 - 84ab + 36b^2$ |
| $(o)$ | $25a^2 - 70ab + 49b^2$ | $49a^2 - 70ab + 25b^2$ |

### 4.3. Binomische Formeln III

| | | |
|---|---|---|
| $(a)$ | $36a^2 - b^2$ | $64a^2 - b^2$ |
| $(b)$ | $9a^2 - 36b^2$ | $4a^2 - 36b^2$ |
| $(c)$ | $49a^2 - 49b^2$ | $9a^2 - 64b^2$ |
| $(d)$ | $81a^2 - b^2$ | $a^2 - 49b^2$ |
| $(e)$ | $36a^2 - 16b^2$ | $25a^2 - 36b^2$ |
| $(f)$ | $36a^2 - 9b^2$ | $9a^2 - b^2$ |
| $(g)$ | $a^2 - 36b^2$ | $9a^2 - 64b^2$ |
| $(h)$ | $81a^2 - 4b^2$ | $16a^2 - 81b^2$ |
| $(i)$ | $25a^2 - 64b^2$ | $16a^2 - 64b^2$ |
| $(j)$ | $9a^2 - 4b^2$ | $36a^2 - 4b^2$ |
| $(k)$ | $25a^2 - 49b^2$ | $36a^2 - 25b^2$ |
| $(l)$ | $81a^2 - 49b^2$ | $25a^2 - 81b^2$ |
| $(m)$ | $16a^2 - 36b^2$ | $64a^2 - 16b^2$ |
| $(n)$ | $49a^2 - 25b^2$ | $9a^2 - 81b^2$ |
| $(o)$ | $64a^2 - 16b^2$ | $a^2 - b^2$ |

Hinweis: Auf `http://www.mathepower.com/testbinomisch.php` kann man binomische Formeln online üben.