

K2 MATHEMATIK KLAUSUR 2

20.01.2021

Aufgabe	1	2	3a	b)	c)	d)
Punkte (max)	4	5	3	3	3	2

Gesamtpunktzahl /15

Notenpunkte

- (1) Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion

$$f(x) = (x^2 + x)^3$$

eine waagrechte Tangente besitzt.

- (2) Gegeben ist eine Funktionenschar

$$f_t(x) = x \cdot e^{2-tx}$$

für $t > 0$. Die Ableitungen von f_t lauten

$$f_t'(x) = (1 - tx)e^{2-tx}$$

$$f_t''(x) = (t^2x - 2t)e^{2-tx}$$

a) Zeigen Sie, dass die Schaubilder aller Funktionen f_t durch einen gemeinsamen Punkt gehen.

b) Zeigen Sie, dass die Wendepunkte W_t der Funktionen f_t alle auf einer Geraden liegen.

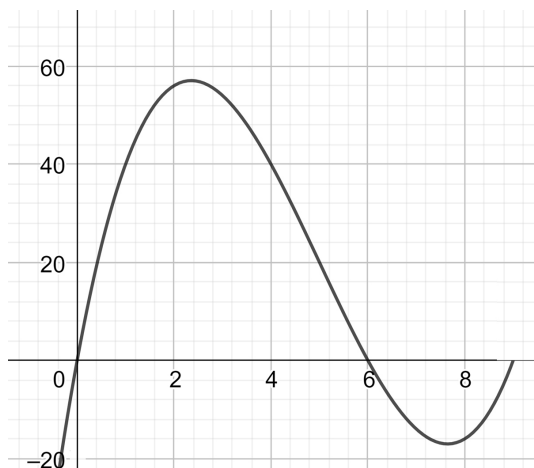
c) Bestimmen Sie a und b so, dass

$$F_t(x) = (ax + b)e^{2-tx}$$

eine Stammfunktion von f_t ist.

- (3) Die Funktion v mit $v(t) = t^3 - 15t^2 + 54t$ ordnet jedem Zeitpunkt t mit $0 \leq t \leq 9$ (in Minuten) die Höhenänderungsrate eines Heißluftballons (also die Steig-/Fallgeschwindigkeit) in m/min zu.

a) Untersuchen Sie den Graphen von v im Intervall $[0; 9]$ auf Nullstellen und lokale Extrema.



b) Der Graph von v schließt mit der t -Achse im betrachteten Intervall zwei Teilflächen ein.

Berechnen Sie die Inhalte der beiden Flächen und geben Sie deren Bedeutung im Sachzusammenhang an.

c) Zur Zeit $t = 0$ befindet sich der Ballon in einer Fahrhöhe von 100 Metern. Die Funktion h beschreibe die Höhe des Ballons (in Metern) in Abhängigkeit von der Zeit t (in Minuten).

Bestimmen Sie einen Funktionsterm für h .

Zeigen Sie, dass der Graph von h zwei Wendestellen aufweist. Geben Sie die Bedeutung dieser Wendestellen im Sachzusammenhang an.

d) Geben Sie den Zeitpunkt an, zu dem der Ballon seine geringste Höhe hat. Geben Sie auch diese geringste Höhe an.