K2 MATHEMATIK LERNSTANDSERHEBUNG 2

13. 03. 2020

Aufgabe	1	2	3	4	5
Punkte (max)	2	2	2	4	5
Punkte					

(1) Bestimmen Sie die erste Ableitung der Funktion f mit:
$$f(x) = \frac{x+1}{e^x}.$$

(2) Bestimmen Sie die Stammfunktion F von $f(x) = (1-2x)^4$ mit $F(1) = 1$.

(3) Lösen Sie die Gleichung
$$e^{-x} = 2e^x.$$

(4) Die vier Seiten eines Tetraeders sind mit den Zahlen 1, 2, 3 und 4 beschriftet. Das Tetraeder wird 100 Mal geworfen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: Die Zahl 4 liegt 30 Mal unten.

B: Die Zahl 4 liegt mindestens 20 Mal unten.

C: Die Zahl 4 liegt bei den ersten 50 Würfen weniger als 15 Mal, bei den letzten 50 Würfen mehr als 15 Mal unten.

(5) Die Inhaberin einer Losbude möchte einem Angestellten, der Besucher des Volksfests anspricht, um diese zum Kauf von Losen zu animieren, das Gehalt kürzen, wenn weniger als 15% der angesprochenen Besucher Lose kaufen. Die Entscheidung über die Gehaltskürzung soll mithilfe eines Signifikanztests auf der Grundlage von 100 angesprochenen Besuchern getroffen werden, wobei als Nullhypothese die Behauptung gewählt wird, dass mehr als 15% der angesprochenen Besucher Lose kaufen

Formulieren Sie die zugehörige Entscheidungsregel auf dem Signifikanzniveau von 10%.

12 der angesprochenen Besucher kaufen Lose. Wird die Inhaberin das Gehalt des Angestellten kürzen?

(1) Bestimmen Sie die erste Ableitung der Funktion f mit:

$$f(x) = \frac{x+1}{e^x}.$$

Es ist $f(x) = (x+1)e^{-x}$, also

$$f'(x) = e^{-x} - (x+1)e^{-x} = -xe^{-x}.$$

(2) Bestimmen Sie die Stammfunktion F von $f(x) = (1-2x)^4$ mit $F(1) = 5$.

Es ist $F(x) = -\frac{1}{10}(1-2x)^5 + c$; aus $1 = F(1) = \frac{1}{10} + c$ folgt $c = \frac{9}{10}$.

(3) Lösen Sie die Gleichung

$$e^{-x} = 2e^x.$$

Multiplikation von $\frac{1}{e^x} = 2e^x$ mit e^x liefert $2e^{2x} = 1$, also $e^{2x} = \frac{1}{2}$ und damit $x = \frac{1}{2}\ln(\frac{1}{2})$.

(4) Sei X die Anzahl der Würfe, bei denen 4 unten liegt. X ist binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = \frac{1}{4}$.

- $p(A) = p(X = 30) \approx 0{,}046$.
- $p(B) = p(X \geq 20) = 1 - p(X \leq 19) \approx 0{,}9$.
- Seien Y und Z die Zufallsvariablen, die zählen, wie oft 4 bei den ersten bzw. den letzten 50 Würfen unten liegt. Hier ist in beiden Fällen $n = 100$ und $p = \frac{1}{4}$.

  $p(C) = p(Y < 15) \cdot p(Z > 15) = p(Y \leq 14) \cdot (1 - p(Z \leq 15)) \approx 0{,}748 \cdot 0{,}163 \approx 0{,}122$.

(5) Sei X die Anzahl der angesprochenen Besucher, die Lose kaufen. X ist binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = 0{,}15$. Die Nullhypothese ist $H_0 : p \leq 0{,}15$, das Signifikanzniveau ist 10%.

Für den Ablehnungsbereich gilt $p(X \leq k) < 0{,}1$.

k	$p(X \leq k)$
10	0,09945
11	0,1634

Also ist $A = [0, 10]$ der Ablehungsbereich. Die Inhaberin lehrnt die Nullhypothese ab, wenn höchstens 10 angesprochene Besucher Lose kaufen.

Weil 12 der angesprochenen Besucher Lose kaufen, erfolgt keine Gehaltskürzung.