

K2 MATHEMATIK KLAUSUR 4

27.03.2019

Aufgabe	PT	Ana	Geo	Sto	Gesamtpunktzahl
Punkte (max)	20	20	10	10	60
Punkte					
Notenpunkte					

PT	1	2	3	4	5	6	7	Summe
P. (max)	2	2	2	4	3	4	3	20
Punkte								

WT Ana	a)	b)	c)	A 1.2	Summe
P. (max)	5	7	2	6	20
Punkte					

WT Geo	a)	b)	c)	Summe
P. (max)	5	3	2	10
Punkte				

WT Sto	a)	b)	c)	*	Summe
P. (max)	4	2	3	1	10
Punkte					

WTR und Merkhilfe dürfen erst nach Abgabe des Pflichtteils abgeholt werden.

PFLICHTTEIL

- (1) Bestimmen Sie die erste Ableitung der Funktion

$$f(x) = \frac{\sin(2x)}{2x} - x.$$

- (2) Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion
- F
- von

$$f(x) = \sqrt{8x} - \frac{2}{x-1}$$

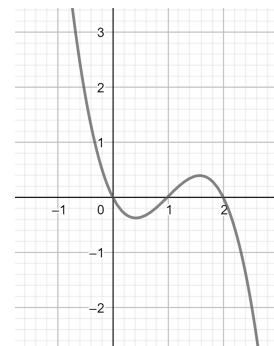
mit $F(2) = 20$.

- (3) Lösen Sie die Gleichung

$$(\sin(2x))^2 = 3 \sin(2x)$$

für $0 \leq x \leq \pi$.

- (4) Gegeben ist die Funktion
- f
- mit
- $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x$
- und
- $x \in \mathbb{R}$
- . Die Abbildung zeigt ihren Graphen
- G_f
- , der bei
- $x = 1$
- den Wendepunkt
- W
- hat.

a) Zeigen Sie, dass die Tangente an G_f im Punkt W die Steigung 1 hat.b) Betrachtet werden die Geraden mit positiver Steigung m , die durch W verlaufen. Geben Sie die Anzahl der Schnittpunkte dieser Geraden mit G_f in Abhängigkeit von m an.

c) Entscheiden Sie begründet, welche der folgenden Aussagen wahr, falsch oder unentscheidbar sind:

(1) $f'(0) < f'(1)$.

(2) $f''(0) > 0$.

- (5) Gegeben sind die Ebenen

$$E : x_1 + 2x_2 = 6 \quad \text{und} \quad F : 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 12.$$

Stellen Sie beide Ebenen in einem Koordinatensystem dar und zeichnen Sie die Schnittgerade ein.

- (6) Gegeben ist die Gerade

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie den Punkt P auf g , der von $A(6|7|-3)$ den kleinsten Abstand hat.

b) Bestimmen Sie die beiden Punkte auf g , die vom Punkt $B(2|1|4)$ den Abstand $\sqrt{13}$ haben.

- (7) In einer Urne befinden sich 5 Kugeln mit den Ziffern von 1 bis 5. Es wird Lotto "2 aus 5" gespielt. Dazu tippt man, welche zwei Kugeln aus der Urne (mit einem Griff) gezogen werden. Justin tippt, dass die Kugeln mit den Nummern 1 und 5 gezogen werden.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er

A. beide Kugeln richtig vorhersagt;

B. genau eine Kugel richtig vorhersagt.

b) Bestimmen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der richtig getippten Kugeln.

A.1 ANALYSIS

Die Kosten, die einem Unternehmen bei der Herstellung einer Flüssigkeit entstehen, können durch die Funktion K mit

$$K(x) = x^3 - 12x^2 + 50x + 20$$

beschrieben werden. Dabei gibt $K(x)$ die Kosten in 1000 Euro an, die bei der Produktion von x Kubikmetern der Flüssigkeit insgesamt entstehen.

a) Skizzieren Sie das Schaubild von K für $0 \leq x \leq 9$.

Bestimmen Sie mit Hilfe des Schaubilds die Produktionsmenge, bei der die Kosten 125 000 Euro betragen.

Geben Sie das Monotonieverhalten von K an und deuten Sie Ihre Angabe im Sachzusammenhang.

Die Funktion E mit $E(x) = 23x$ gibt für $0 \leq x \leq 9$ den Erlös (in 1000 Euro) an, den das Unternehmen beim Verkauf von x Kubikmetern der Flüssigkeit erzielt. Für die sogenannte Gewinnfunktion G gilt $G(x) = E(x) - K(x)$. Positive Werte von G werden als Gewinn bezeichnet, negative als Verlust.

b) Zeigen Sie, dass das Unternehmen keinen Gewinn erzielt, wenn 4 Kubikmeter der Flüssigkeit verkauft werden.

Zeichnen Sie das Schaubild von E in das vorhandene Koordinatensystem ein.

Bestimmen Sie anhand der Darstellung den Bereich, in dem die verkaufte Menge der Flüssigkeit liegen muss, damit das Unternehmen einen Gewinn erzielt.

Berechnen Sie, welche Menge der Flüssigkeit verkauft werden muss, damit das Unternehmen den größten Gewinn erzielt.

c) Ermitteln Sie anhand der Skizze, wieviel Euro pro Kubikmeter die Firma mindestens verlangen muss, damit sie noch Gewinn machen kann. Erklären Sie Ihr Vorgehen.

A.2. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{4}{x^2}$ für $x \neq 0$.

a) Die Gerade, die parallel zur x -Achse durch den Punkt $P(0|p)$ geht, schneidet den Graphen G_f von f in zwei Punkten. Der Abstand dieser beiden Schnittpunkte ist 1. Berechnen Sie den Wert von p .

b) Die Koordinatenachsen schließen mit der Tangente an G_f in einem Punkt $Q(u|f(u))$ mit $u > 0$ ein gleichschenkliges Dreieck ein. Berechnen Sie die Koordinaten von Q .

c) Welche Punkte auf dem Schaubild von f haben den kleinsten Abstand vom Ursprung?

S STOCHASTIK

Ein Basketballprofi trifft im Training einen Freiwurf mit einer Wahrscheinlichkeit von 92 % und einen Dreipunktewurf („Dreier“) mit einer Wahrscheinlichkeit von 75 %.

a) Der Spieler wirft eine Serie von 5 Freiwürfen und anschließend 5 Dreiern. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse.

A: Er trifft alle Würfe.

B: Er trifft genau 9 Würfe nacheinander.

C: Er trifft mindestens 4 Freiwürfe und mindestens 4 Dreier.

b) Wie viele Serien von jeweils 10 Freiwürfen muss er absolvieren, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mindestens einmal alle 10 Würfe einer Serie trifft?

c) Der Basketballprofi wettet gegen einen Mitspieler, dass er seine Dreierquote im Verlauf der Saison verbessern kann. Am Ende der Saison wirft er eine Serie von 100 Dreipunktewürfen.

Bestimmen Sie für die Nullhypothese $H_0 : p \leq 0,75$ mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 5 \%$ den Ablehnungsbereich.

* Zehn Katzen fangen in zehn Minuten zehn Mäuse.

Wieviele Mäuse fangen hundert Katzen in hundert Minuten?

G GEOMETRIE

Gegeben ist eine Pyramide $ABCS$. Ihre Grundfläche ist das Dreieck ABC . Die Punkte haben in einem kartesischen Koordinatensystem die Koordinaten

$$A(6|2|1), \quad B(6|8|1), \quad C(2|5|3) \quad \text{und} \quad S(8|5|10).$$

a) Stellen Sie die Pyramide in einem geeigneten Koordinatensystem dar.

Prüfen Sie, ob folgende Aussagen wahr sind:

- Das Dreieck ABC ist rechtwinklig.
- Das Dreieck ABC ist gleichschenkelig.
- Der Punkt $P(0|6,5|4)$ liegt auf der Dreiecksseite \overline{AC} .

Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E , in welcher das Dreieck ABC liegt.

b) Der Punkt S wird an E gespiegelt. Bestimmen Sie die Koordinaten des Bildpunkts S' .

Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.

c) Eine zur x_1x_2 -Ebene parallele Ebene F verläuft durch C .

Bestimmen Sie den Inhalt der Schnittfläche von F mit der Pyramide.

LÖSUNGEN

PFLICHTTEIL

- (1) Ableiten mit Quotientenregel
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
- ergibt

$$f'(x) = \frac{2 \cos(2x) \cdot 2x - \sin(2x) \cdot 2}{4x^2} - 1 = \frac{2x \cos(2x) - \sin(2x)}{2x^2} - 1.$$

Ableiten von $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{-1} \sin(2x) - x$ mit Produktregel liefert

$$\begin{aligned} f'(x) &= -\frac{1}{2}x^{-2} \sin(2x) + \frac{1}{2} \cdot x^{-1} \cos(2x) \cdot 2 - 1 \\ &= -\frac{\sin(2x)}{2x^2} + \frac{\cos(2x)}{x} - 1. \end{aligned}$$

Dritte Möglichkeit: $f(x) = (2x)^{-1} \cdot \sin(2x)$.

- (2) Wegen $f(x) = (8x)^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{x-1}$ ist $F(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8}(8x)^{\frac{3}{2}} - 2 \ln(x-1) + c = \frac{1}{12}\sqrt{8x^3} - 2 \ln(x-1) + c$. Aus $F(2) = 20$ ergibt sich $c = \frac{44}{3}$.
- (3) Standardverfahren:

$$\begin{aligned} (\sin(2x))^2 &= 3 \sin(2x) & | - 3 \sin(2x) \\ (\sin(2x))^2 - 3 \sin(2x) &= 0 \\ \sin(2x) \cdot (\sin(2x) - 3) &= 0 \end{aligned}$$

Satz vom Nullprodukt: $\sin(2x) = 0$ oder $\sin(2x) = 3$. Die zweite Gleichung hat keine Lösung; in der ersten substituieren wir $2x = z$; aus $\sin(z) = 0$ erhält man $z_1 = 0$, $z_2 = \pi$ und $z_3 = 2\pi$, also $2x = 0$, $2x = \pi$ und $2x = 2\pi$, folglich $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{\pi}{2}$ und $x_3 = \pi$.

- (4) Man rechnet
- $f'(x) = -3x^2 + 6x - 2$
- und
- $f'(1) = 1$
- .

Die Geraden mit Steigung $m \geq 1$ haben genau einen Schnittpunkt mit dem Schaubild, diejenigen mit $0 < m < 1$ dagegen drei.

c) Nachrechnen oder:

(i) f fällt in $x = 0$ und hat Steigung 1 in $x = 1$, also ist die Aussage wahr.

(2) $f''(0)$ ist positiv, weil das Schaubild dort eine Linkskurve beschreibt.

- (5) Klar
- (6) a) Lotebene durch A ist $3x_1 - 2x_3 = 24$. Schneiden liefert $t = 2$ und $P(8|1|0)$.
- b) B liegt auf der Geraden und gehört zu $t = 0$; der Richtungsvektor hat Länge 13. Man muss also nur $t = \pm 1$ setzen und findet die beiden Punkte $P(-1|1|6)$ und $Q(5|1|2)$.
- (7) "Mit einem Griff,, bedeutet nichts anderes als Ziehen ohne Zurücklegen und ohne Berücksichtigung der Reihenfolge. Betrachten wir der Einfachheit halber das einfachere „2 aus 3“. Gezogen werden 1 und 2; mit welcher Wahrscheinlichkeit hat Justin richtig getippt?

Er hat richtig getippt, wenn 1-2 oder 2-1 gezogen werden. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist $p = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$ für jeden Pfad, also $p = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = \frac{1}{3}$. Alternativ: Anstatt zwei Kugeln zu ziehen kann man die eine auswählen, die drin bleibt; die Wahrscheinlichkeit dafür ist also $p = \frac{1}{3}$.

Jetzt zum eigentlichen Problem. Offenbar ist $p(A) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{10}$.

Weiter ist $p(B) = p(rf) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$; alternativ: man zieht 1 und keine 5; 5 und keine 1; keine 1 oder 5, dann 1; keine 1 oder 5, dann 5. Die Wahrscheinlichkeiten sind dann $p = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{3}{5}$.

Die Wahrscheinlichkeit, keine richtig vorherzusagen, ist offenbar $p = p(ff) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$. Daraus ergibt sich wieder $p(B) = 1 - p(A) - \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

b) Sei X die Anzahl der richtig getippten Kugeln.

$$p(K = k) \left| \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ \frac{3}{10} & \frac{6}{10} & \frac{1}{10} \end{array} \right.$$

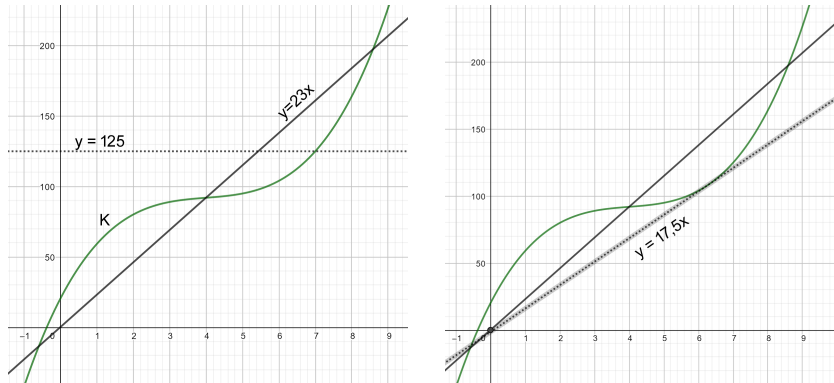
Daraus ergibt sich $E(X) = 1 \cdot \frac{6}{10} + 2 \cdot \frac{1}{10} = \frac{4}{5}$.

ANALYSIS

Wegen $K(7) = 125$ kostet die Herstellung von 7 m^3 Flüssigkeit 125.000 Euro.

Wegen $G(4) = E(4) - K(4) = 0$ macht das Unternehmen bei der Herstellung und Verkauf von 4 m^3 Flüssigkeit keinen Gewinn.

Die Funktion K ist streng monoton wachsend: je mehr Kubikmeter hergestellt werden, desto höher die Kosten.



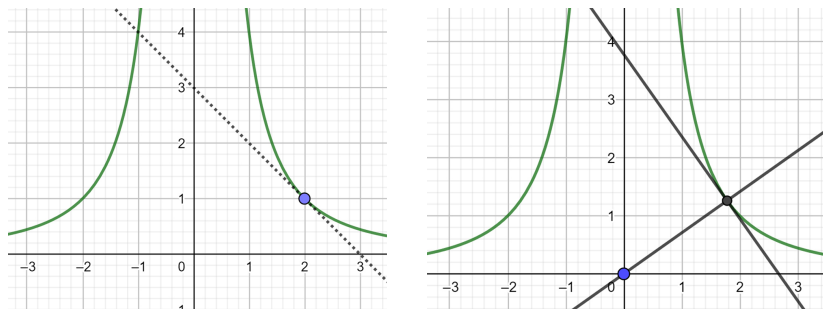
Gewinnbereich Erlös muss oberhalb der Kosten liegen. Das ist zwischen 4 m^3 und etwa $8,6 \text{ m}^3$ der Fall.

Maximaler Gewinn: $G'(x) = 0$ liefert $x \approx 6,65$: den maximalen Gewinn erwirtschaftet das Unternehmen bei $6,65 \text{ m}^3$.

c) Der Preis von 23.000 Euro soll verändert werden; statt $E(x) = 23x$ muss man also $E_1(x) = mx$ betrachten. Wenn man die Steigung verringert, wird der Gewinnbereich kleiner. Bei $m \approx 17,5$ wird der Gewinnbereich verschwinden; also muss der Preis mindestens 17.500 Euro pro Kubikmeter betragen, und man muss dann etwa $6,3$ Kubikmeter herstellen.

A.2. a) Wenn die Punkte wvagrechten Abstand 1 haben sollen, dann müssen sie, weil das Schaubild von f symmetrisch bezüglich der y -Achse ist, bei $x = \pm 0,5$ liegen. Wegen $f(0,5) = 16$ ist also $p = 16$.

b) Wenn die x - und y -Achsenabschnitte gleich sein sollen, dann muss die Tangente Steigung -1 haben. $f'(x) = -1$ liefert $x = 2$.



Alternativ: Tangente in $(u|f(u))$ liefert $y = -\frac{8}{u^3}x + \frac{12}{u^2}$. Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen sind $Y(0|\frac{12}{u^2})$ und $X(\frac{3u}{2}|0)$. Gleichsetzen der Achsenabschnitte liefert $\frac{12}{u^2} = \frac{2}{3u}$, also $u^3 = 8$ und damit $u = 2$.

c) Der Abstand von $(u|f(u))$ zum Ursprung ist $d = \sqrt{u^2 + f(u)^2}$. Offenbar ist d minimal, wenn $D = d^2$ minimal ist. Aus $D'(u) = 0$ ergibt sich, mit $D(u) = u^2 + \frac{16}{u^4}$ die Gleichung $2u - \frac{64}{u^5} = 0$, was auf $u = \sqrt[5]{32}$ führt.

Alternativ: Im Punkt $P(u|f(u))$ mit minimalem Abstand muss die Gerade OP senkrecht auf die Tangente stehen. Es ist also $m = -\frac{1}{f'(u)}$. Auf der andern Seite ist die Steigung der Geraden durch O und P gleich $\frac{f(u)}{u}$. Gleichsetzen ergibt $f(u)f'(u) = -u$, was auf denselben Wert von u führt.

GEOMETRIE

- $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{BC} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- Das Dreieck ist gleichschenkelig wegen $|\vec{AC}| = |\vec{BC}| = \sqrt{29}$.
- Das Dreieck ist nicht rechtwinklig, da $\vec{AC} \cdot \vec{BC} \neq 0$.
- Die x -Koordinate von P liegt nicht zwischen den x -Koordinaten von A und C , also liegt P nicht auf der Dreiecksseite \overline{AC} .

Alternativ: Punktprobe liefert $t = \frac{3}{2}$, aber A und B gehören zu $t = 0$ bzw. $t = 1$.

Zeichnung ist in Ordnung, aber nur in zwei Dimensionen; beispielsweise kann man sich die Sache „von oben“ betrachten, also ohne x_3 -Koordinate.

- Parametergleichung:

$$\vec{x} = \vec{OA} + r\vec{AB} + s\vec{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- Normalenvektor $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$, also $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- Koordinatengleichung $E: x_1 + 2x_3 = 8$.
- b) Lotgerade durch S : $\vec{x} = \vec{OS} + t\vec{n}_E = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- Lotfußpunkt: Schnittpunkt mit E . $(8+t) + 2(10+2t) = 8$ liefert $5t = -20$, also $t = -4$ und $L(4|5|2)$.
- Spiegeln: $\vec{OS}' = \vec{OS} + 2\vec{SL} =$

- Parametergleichung der Ebene E :

$$\vec{x} = \vec{OA} + t\vec{AB} + u\vec{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + u\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Normalenvektor $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$, also $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$. Koordinatengleichung $x_1 + 2x_3 = d$; Einsetzen von A ergibt $d = 8$. Punktprobe mit B und C zeigt, dass das Ergebnis stimmt.

- b) Lotgerade durch S mit Richtungsvektor \vec{n} aufstellen: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$. Schneiden mit E liefert $t = -4$ und $L(4|5|2)$. Aus $\vec{OS'} = \vec{OS} + 2S\vec{L}$ erhält man $S'(0|5|-6)$.
- Flächeninhalt $F_{ABC} = \frac{1}{2}gh_1$ mit $g = \overline{AB} = 6$. Die Höhe ist $h_1 = \overline{MC}$ mit $M(6|5|1)$ (denn ABC ist gleichschenkelig), also $h_1 = \sqrt{20}$. Alternativ: $3^2 + h_1^2 = \sqrt{29}^2$. Also $F_{ABC} = 3\sqrt{20} = 6\sqrt{5}$.
- Volumen der Pyramide: Höhe h via Abstand Punkt-Ebene (HNF) oder einfacher als $h = \overline{SL} = \sqrt{80}$. Also $V = \frac{1}{3}Gh = 40$.
- c) Ebene $F : x_3 = 3$. $g_{AS} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}$; $g_{BS} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix}$. Schneiden der Geraden liefert in beiden Fällen $t = \frac{2}{9}$, also $A'(\frac{58}{9}|\frac{8}{3}|3)$ und $B'(\frac{58}{9}|\frac{22}{3}|3)$.

Auch $A'B'C$ is gleichschenkelig, und wegen $\overline{A'B'} = \frac{14}{3}$ und $h_2 = \frac{40}{9}$ folgt $F_{A'B'C} = \frac{280}{27}$.

STOCHASTIK

Die Wahrscheinlichkeiten von A und C lassen sich mit der Binomialverteilung bestimmen, die von B aber nicht (bei Binomialverteilung muss nach genau, mindestens, höchstens usw. Treffer gefragt sein, nicht nach Treffern mit Zusatzbedingung wie „nacheinander“).

- $p(A) = 0,92^5 \cdot 0,75^5 \approx 0,156$. Dass man die Wahrscheinlichkeiten nicht addieren *darf* wird offensichtlich, wenn wir jemanden werfen lassen, der die Würfe sicher versenkt: dann sind die Einzelwahrscheinlichkeiten $1^5 = 1$, und es wäre die Gesamtwahrscheinlichkeit $1 + 1 = 2$. Es sollte aber auch so klar sein, dass es nur ein Pfad ist, denn er wirft insgesamt 10 mal.
- $p(B) = p(TTTTTTTTNN) + p(NTTTTTTTTT) = 0,92^5 \cdot 0,75^4 \cdot 0,25 + 0,08 \cdot 0,92^4 \cdot 0,75^5 \approx 0,657$.
- X bezeichnet die Anzahl der versenkten Freiwürfe, Y die der versenkten Dreier. Dann ist

$$\begin{aligned} p(C) &= p(X \geq 4) \cdot p(Y \geq 4) \\ &= (1 - p(X \leq 3)) \cdot (1 - p(Y \leq 3)) \approx 0,598. \end{aligned}$$

- b) Sei X die Anzahl der Serien von 10 versenkten Freiwürfen. Dann ist $p = 0,92^{10} \approx 0,434$. Weiter muss $p(X \geq 1) \geq 0,99$ sein. Nun ist $p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 0,434^n$, und aus $0,434^n \leq 0,01$ folgt $n \geq 9$ (entsprechende Gleichung mit Logarithmus lösen oder Probieren).
- c) Nullhypothese $H_0 : p \leq 0,75$, $\alpha = 0,05$, $n = 100$, X bezeichnet die Anzahl der versenkten Dreier. Die Behauptung wird abgelehnt, wenn es zu viele Treffer sind: $p(X \geq k) \leq 0,05$. Man findet $p(X \leq k-1) \geq 0,95$, somit

k	$k - 1$	$p(X \leq k - 1)$
82	81	0,9369
83	82	0,9623

Also ist der Ablehnungsbereich $[83, 100]$.

Zehn Katzen fangen in 10 Minuten 10 Mäuse. In 100 Minuten fangen sie also 10-mal so viele, und 100 Katzen fangen nochmal 10-mal so viele. Insgesamt fangen sie also 1000 Mäuse.