K2 MATHEMATIK KLAUSUR 2

18.12.2018

Aufgabe	1	2	3	4	9
Punkte (max)	2	2	3	7	1
Punkte					

Wahlteil A	a)	b)	c)
Punkte (max)	8	6	1
Punkte			

Wahlteil B	6a)	b)	c)	d)	7
Punkte (max)	2	5	1	3	4
Punkte					

Gesamtpunktzahl	/30
Notenpunkte	

(1) Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit

$$f(x) = (x^3 + x) \cdot \cos(x)$$

(2) Untersuchen Sie, ob

$$\int_1^{e^2} \frac{4}{x} \; dx > 7$$

ist.

(3) Lösen Sie die Gleichung

$$(\sin(\tfrac{\pi}{2}x))^2 + \sin(\tfrac{\pi}{2}x) = 0$$

für $0 \leq x \leq 4$.

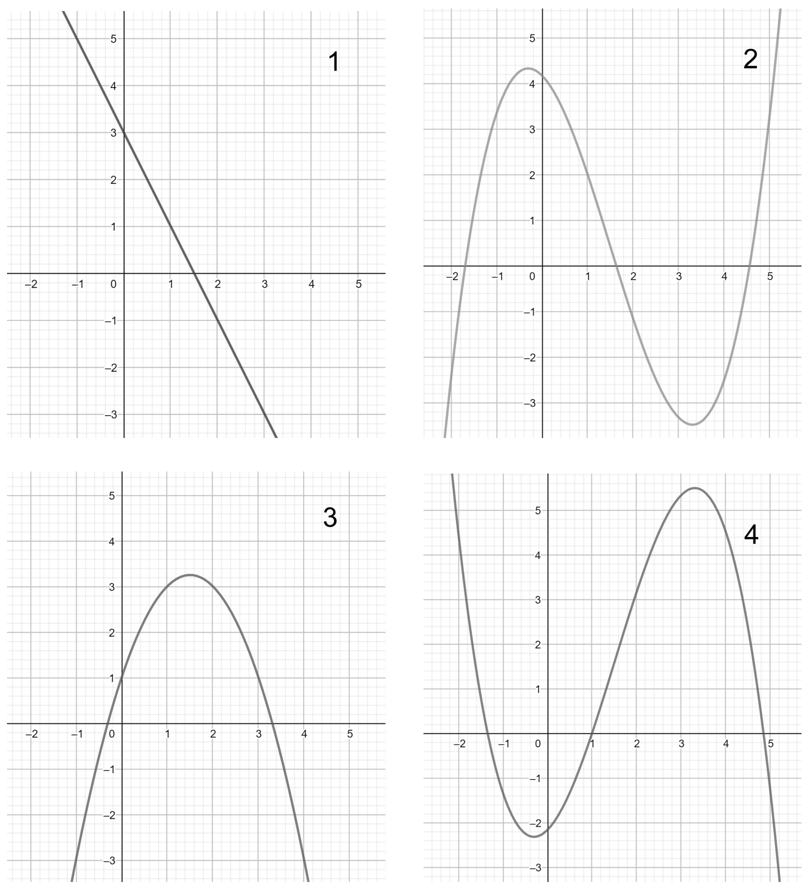
(4) Die folgenden Abbildungen zeigen die Schaubilder einer Funktion F, ihrer Ableitung $F' = f$, der zweiten Ableitung $F'' = f'$, und einer weiteren Funktion g.

(a) Begründen Sie, dass Abbildung 4 zu F gehört.

(b) Welche Schaubilder gehören zu den Funktionen f und f'? Begründen Sie Ihre Entscheidungen.

(c) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden in Schaubild 1, und leiten Sie daraus die Gleichungen für die Funktionen f und F her.

(d) Geben Sie einen Funktionsterm für die Funktion g an.



(9) Ein Rad eines Wagens hat einen Umfang von 1,5 Metern. Wie weit ist der Wagen gefahren, wenn sich das Rad 120 mal gedreht hat? Bei der Rechnung darf die Näherung $\pi = 3$ verwendet werden.

Wahlteil A

Ein Getränk wird aus dem Kühlschrank genommen und an einen warmen Ort gestellt.

Die Temperatur des Getränks wird beschrieben durch die Funktion f mit

$$f(t) = 25 - 19 \cdot e^{-0{,}045 \cdot t}$$

(t in Minuten nach der Entnahme aus dem Kühlschrank, $f(t)$ in $^\circ$ C). Das Schaubild von f ist in der Anlage dargestellt.

a) Berechnen Sie, um wieviel Grad sich das Getränk in den ersten 5 Minuten nach Entnahme aus dem Kühlschrank erwärmt.

Bestimmen Sie, wie viele Minuten nach der Entnahme sich die Temperatur um 10 Grad erhöht hat.

Berechnen Sie die mittlere Temperatur innerhalb der ersten halben Stunde nach Entnahme aus dem Kühlschrank.

Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt die momentane Änderungsrate der Temperatur $0{,}5$ Grad pro Minute beträgt.

Welche Temperatur nimmt das Getränk langfristig an?

b) Ein anderes Getränk wird aus dem Kühlschrank direkt in die Sonne gestellt.

Die Änderungsrate seiner Temperatur ist gegeben durch

$$g(t) = 1{,}36 \cdot e^{-0{,}04t}$$

(t in Minuten, $g(t)$ in $^\circ$ C/min).

Zu Beginn hat das zweite Getränk dieselbe Temperatur wie das erste.

Bestimmen Sie die Änderungsrate der Temperatur des zweiten Getränks direkt nach der Entnahme aus dem Kühlschrank.

Geben Sie einen integralfreien Funktionsterm für die Temperatur T des zweiten Getränks an.

Skizzieren Sie das Schaubild von T in das vorhandene Koordinatensystem und bestimmen Sie einen Zeitpunkt, in dem das zweite Getränk um etwa 5° C wärmer ist als das erste.

c) Es gibt einen Zeitpunkt t, zu welchem das zweite Getränk eine Temperatur hat, welches das erste 10 min später annimmt.

Geben Sie eine Gleichung an, mit welcher man diesen Zeitpunkt bestimmen kann.

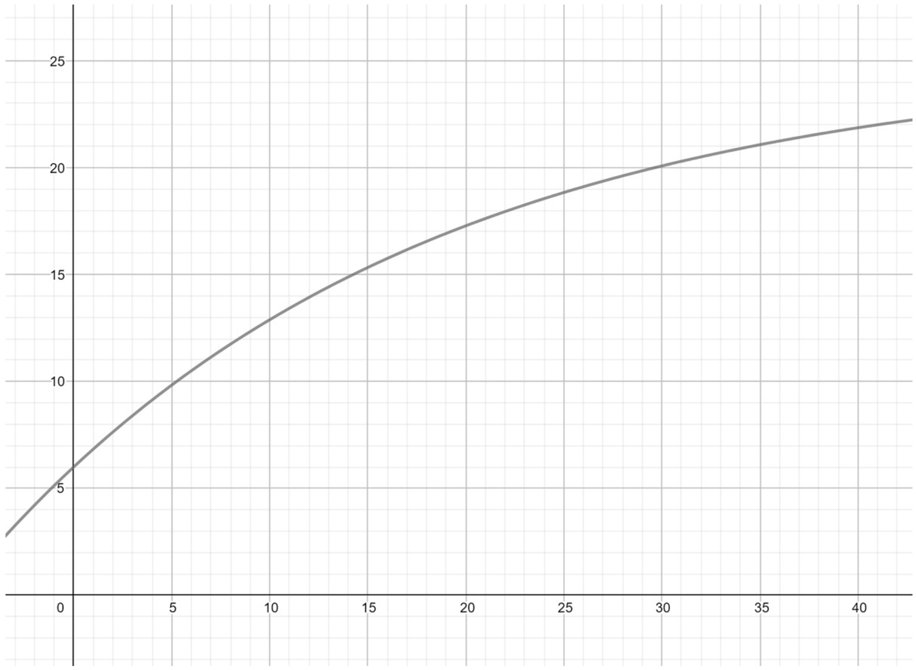


Abbildung 1. Schaubild der Funktion f

Wahlteil B

(6) Für jedes t ist die Funktion f_t gegeben durch

$$f_t(x) = x^2 + 2tx + 2t^2.$$

a) Skizzieren Sie das Schaubild von $f_1(x)$.

b) Bestimmen sie den Extrempunkt von f_t und zeigen Sie, dass dies unabhängig von t immer ein Tiefpunkt ist.

Bestimmen Sie die Ortskurve aller Extrempunkte von f_t.

c) Für welche Werte von t beitzt f_t Nullstellen?

d) Berechnen Sie den Schnittpunkt von f_1 und f_2.

Begründen Sie, dass sich zwei Funktionen f_s und f_t immer schneiden, und zeigen Sie, dass es keinen Punkt gibt, der auf allen Schaubildern liegt.

(7) Beschreiben Sie, wie das Schaubild von

$$f(x) = 3 - \frac{2}{x+1}$$

aus demjenigen von $g(x) = \frac{1}{x}$ hervorgeht.

Bestimmen Sie ohne weitere Rechnung die Asymptoten und das Symmetrieverhalten von f.

Bearbeiten Sie den Pflichtteil ohne Taschenrechner, und dann **entweder** Wahlteil A **oder** Wahlteil B.

Mittelwert M einer Funktion f auf dem Intervall $[a, b]$ ist definiert durch

$$M = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)\,dx$$