ÜBUNGEN ZUR ABLEITUNG

F. LEMMERMEYER

Ableitungsregeln.

$f(x)$	$f'(x)$
1	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
e^x	e^x
$\ln x$	$\frac{1}{x}$

Daneben braucht man noch

$$\frac{1}{x} = x^{-1}, \quad \frac{1}{x^2} = x^{-2}, \ldots, \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt{x}^3 = x^{\frac{3}{2}}$$

usw.

Ableitungsregeln für zusammengesetzte Funktionen.

$f(x)$	$f'(x)$
$(u(x))^n$	$n(u(x))^{n-1} \cdot u'(x)$
$\sin u(x)$	$u'(x) \cdot \cos(u(x))$
$\cos u(x)$	$-u'(x) \cdot \sin(u(x))$
$e^{u(x)}$	$u'(x)e^{u(x)}$
$\ln(u(x))$	$\frac{u'(x)}{u(x)}$

Ableitungsregeln:

- Faktorregel: $(c \cdot u(x))' = c \cdot u'(x)$
- Summenregel: $(u(x) + v(x))' = u'(x) + v'(x)$
- Produktregel: $[u(x) \cdot v(x)]' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
- Quotientenregel: $(\frac{u(x)}{v(x)})' = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v(x)^2}$
- Kettenregel: $[u(v(x))]' = u'(v(x)) \cdot v'(x)$

Bestimme die erste Ableitung der folgenden Funktionen.

$$f(x) = \frac{5}{3x} - \frac{5x}{3} \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = 3\sqrt{x} + \sqrt{3} \cdot x \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = rx^3 + r^3x^2 \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = \frac{1}{\pi}\cos(\pi x) \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = 2x^3 \cdot \sin(2x) \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = \frac{\cos(2x)}{x^2} \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = \sin(2x) \cdot \cos(3x) \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = e^{\sin x} \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = 4\sqrt{x}e^{-2x} \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = e^x \cdot e^{-2x} \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = e^{x^2-x} \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = \ln(x^2 - 3x) \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = (x-1)\ln(x) \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = \ln(x^2 + \sin(x)) \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = \sqrt{2x} \cdot \ln x \qquad f'(x) =$$

$$f(x) = x \cdot (\ln x)^2 \qquad f'(x) =$$

Lösungen

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \frac{5}{3x} - \frac{5x}{3} & & \\
&= \frac{5}{3}x^{-1} - \frac{5}{3}x & f'(x) &= -\frac{5}{3x^2} - \frac{5}{3} \\
f(x) &= 3\sqrt{x} + \sqrt{3} \cdot x & & \\
&= 3x^{\frac{1}{2}} + \sqrt{3} \cdot x & f'(x) &= \frac{3}{2\sqrt{x}} + \sqrt{3} \\
f(x) &= rx^3 + r^3x^2 & f'(x) &= 3rx^2 + 2r^3x \\
f(x) &= \frac{1}{\pi}\cos(\pi x) & f'(x) &= -\sin(\pi x) \\
f(x) &= 2x^3 \cdot \sin(2x) & f'(x) &= 6x^2 \sin(2x) + 4x^3 \cos(2x) \\
f(x) &= \frac{\cos(2x)}{x^2} & f'(x) &= \frac{-2x\sin(2x) - 2\cos(2x)}{x^3} \\
f(x) &= \sin(2x) \cdot \cos(3x) & f'(x) &= 2\cos(2x)\cos(3x) - 3\sin(2x)\sin(3x) \\
f(x) &= e^{\sin x} & f'(x) &= \cos(x) \cdot e^{\sin x} \\
f(x) &= 4\sqrt{x}e^{-2x} & f'(x) &= \frac{2}{\sqrt{x}}e^{-2x} - 8\sqrt{x}e^{-2x} \\
f(x) &= e^x \cdot e^{-2x} & f'(x) &= -e^{-x} \\
f(x) &= e^{x^2-x} & f'(x) &= (2x-1)e^{x^2-x} \\
f(x) &= \ln(x^2 - 3x) & f'(x) &= \frac{2x-3}{x^2-3x} \\
f(x) &= (x-1)\ln(x) & f'(x) &= \ln(x) + \frac{x-1}{x} \\
f(x) &= \ln(x^2 + \sin(x)) & f'(x) &= \frac{2x + \cos(x)}{x^2 + \sin(x)} \\
f(x) &= \sqrt{2x} \cdot \ln x & f'(x) &= \frac{\ln x}{\sqrt{2x}} + \frac{\sqrt{2x}}{x} \\
f(x) &= x \cdot (\ln x)^2 & f'(x) &= \ln(x)^2 + 2\ln(x)
\end{aligned}
$$