

MATHEMATIK K1

NOV. 2021

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte (max)	10	3	4	4	8	1
Punkte						

Gesamtpunktzahl /30

Notenpunkte

- (1) Bestimmen Sie die erste Ableitung folgender Funktionen und vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich.

a) $f(x) = 0,5(x^2 + 2x)^5 + x$

b) $g(x) = \frac{5}{7x} - \frac{5x}{7}$

c) $k(x) = (3x - 1)^2 \cdot \sin(2x)$

d) $p(x) = \sqrt{2x} \cdot e^{-x}$

e) $r(x) = 2(e^{2x} - e^x)^3$

- (2) Lösen Sie die Gleichung

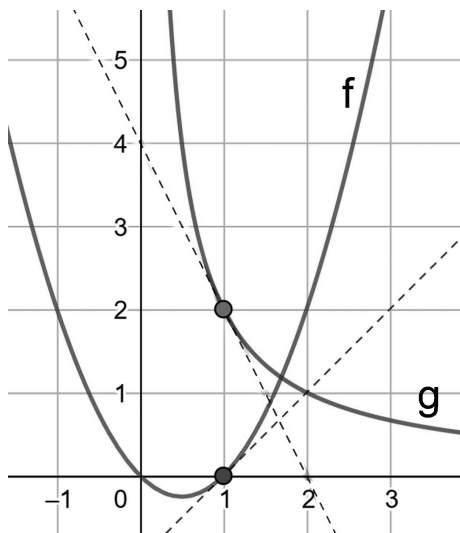
$$e^{4x} + 3e^{2x} = 4.$$

- (3) Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = 4\sqrt{x} - x^2.$$

- (a) Bestimmen Sie die Nullstellen von f .
- (b) Bestimmen Sie den Extrempunkt von f und weisen Sie nach, dass es sich um einen Hochpunkt handelt.

- (4) Gegeben sind die Schaubilder zweier Funktionen f und g , sowie ihrer Tangenten in $x = 1$.



Weiter ist $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ und $k(x) = f(g(x))$.

- (a) Lesen Sie aus dem Schaubild $f'(1)$ und $g'(1)$ ab und bestimmen Sie damit $h'(1)$.
- (b) Bestimmen Sie die Nullstellen von $k(x)$.
- (5) Gegeben sind die Punkte $A(-1|3|2)$, $B(0|2|3)$ und $C(1|6|3)$.
- (a) Geben Sie eine Gleichung der Geraden g durch A und B an.
- (b) Untersuchen Sie, ob das Dreieck rechtwinklig oder gleichschenkelig ist.
- (c) Bestimmen Sie die Koordinaten von D so, dass das Viereck $ABCD$ ein Rechteck ist.
- (d) Bestimmen Sie p so, dass $P(3|p|-1)$ Abstand 5 von A hat.
- (6) Es sei Z die Anzahl der Ziegen und K die der Kühe auf einer Weide. Es sind fünfmal so viele Ziegen wie Kühe auf der Weide. Drücken Sie diese Aussage durch eine Gleichung mit Hilfe von Z und K aus!

LÖSUNGEN

(1)

(2)

(3)

(4) Lösung.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, & |\vec{AB}| &= \sqrt{3}, \\ \vec{AC} &= \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, & |\vec{AC}| &= \sqrt{14}, \\ \vec{BC} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, & |\vec{BC}| &= \sqrt{17}. \end{aligned}$$

Das Dreieck ist nicht gleichschenkelig, aber rechtwinklig in A .

Aus $\vec{AB} = \vec{CD}$ folgt $D(\parallel)$.

$$\vec{AP} = \begin{pmatrix} 4 \\ p-3 \\ 3 \end{pmatrix}; 25 = |\vec{AP}|^2 = 4^2 + (p-3)^2 + 3^2 \text{ ergibt } p = 3.$$