MATHEMATIK K1 TEST I

06.10.2020

Aufgabe	1	2
Punkte (max)	12	3
Punkte		

(1) Bestimmen Sie die erste Ableitung folgender Funktionen:

$$\begin{aligned}
f(x) &= \frac{4x}{5} - \frac{5}{4x} \\
g(x) &= 3\sqrt{x} \cdot (1-2x)^5 + x^2 \\
h(x) &= \frac{x^2+1}{x^2-1} + 1 \\
V(r) &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\
x(t) &= 2t \sin(2t) \\
q(x) &= \frac{\cos(2x)}{x}
\end{aligned}$$

(2) Lösen Sie folgende Gleichung:

$$x^2 - \frac{7}{x^2} = 6.$$

(1) Bestimmen Sie die erste Ableitung folgender Funktionen:

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \frac{4x}{5} - \frac{5}{4x} = \frac{4}{5} \cdot x - \frac{5}{4}x^{-1} \\
f'(x) &= \frac{4}{5} + \frac{5}{4}x^{-2} = \frac{4}{5} + \frac{5}{4x^2} \\
g(x) &= 3\sqrt{x} \cdot (1-2x)^5 + x^2 = 3x^{\frac{1}{2}}(1-2x)^5 + x^2 \\
g'(x) &= \frac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}}(1-2x)^5 + 3x^{\frac{1}{2}} \cdot 5(1-2x)^4 \cdot (-2) + 2x \\
&= \frac{3}{2\sqrt{x}}(1-2x)^5 - 30\sqrt{x} \cdot (1-2x)^4 + 2x \\
h(x) &= \frac{x^2+1}{x^2-1} + 1 \\
h'(x) &= \frac{2x(x^2-1) - (x^2+1) \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = -\frac{4x}{(x^2+1)^2} \\
V(r) &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\
V'(r) &= 4\pi r^2 \\
x(t) &= 2t\sin(2t) \\
x'(t) &= 2\sin(2t) + 2t\cos(2t) \cdot 2 = 2\sin(t) + 4t\cos(2t) \\
q(x) &= \frac{\cos(2x)}{x} \\
q'(x) &= \frac{-2x\sin(2x) - \cos(2x)}{x^2}
\end{aligned}
$$

(2) Lösen Sie folgende Gleichung:

$$
\begin{aligned}
x^2 - \frac{7}{x^2} &= 6 && \Big| \cdot x^2 \\
x^4 - 7 &= 6x^2 && \Big| -6x^2 \\
x^4 - 6x^2 - 7 &= 0 && \Big| \text{Vieta} \\
(x^2-7)(x^2+1) &= 0
\end{aligned}
$$

also $x^2 - 7 = 0$ oder $x^2 + 1 = 0$. Die zweite Gleichung hat keine Lösungen, die erste $x_{1,2} = \pm\sqrt{7}$.