

MATHEMATIK K1

02.07.2019

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8
Punkte (max)	2	2	3	3	7	4	8	1
Punkte								

Gesamtpunktzahl /30

Notenpunkte

- (1) Bestimmen Sie die erste Ableitung der Funktion f mit

$$f(x) = \frac{1}{6}(x^2 - x)^3.$$

- (2) Berechnen Sie das Integral

$$\int_3^{12} \frac{3}{\sqrt{3x}} dx.$$

- (3) Lösen Sie die Gleichung

$$\frac{x^2 + 4}{x^2 - 2} - x^2 = 0.$$

- (4) Welcher Punkt auf der Geraden $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ hat von $P(1|1|2)$ den kleinsten Abstand?

- (5) Gegeben ist die Ebene $E : 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4$ und der Punkt $P(5|5|6)$.
- Bestimmen Sie den Lotfußpunkt L von P auf E .
 - Berechnen Sie den Abstand \overline{PL} und überprüfen Sie das Ergebnis mit der Hesse-Normalform (Abstandsformel Punkt-Ebene).
 - Zeigen Sie, dass die Gerade $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ parallel zur Ebene E ist.
 - Die Gerade g wird an der Ebene E gespiegelt. Bestimmen Sie eine Gleichung der Spiegelgeraden g' .
 - Bestimmen Sie eine Gleichung einer Geraden, die parallel zu g ist, auf derselben Seite der Ebene liegt wie g , und doppelt so weit von E entfernt ist wie g .
- (6) Gegeben ist die Ebene $E : 2x_1 + x_2 - 2x_3 = -18$.
- Der Schnittpunkt von E mit der x_1 -Achse, der Schnittpunkt von E mit der x_2 -Achse und der Koordinatenursprung sind die Eckpunkte eines Dreiecks.
- Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.
 - Ermitteln Sie die Koordinaten des Vektors, der sowohl Normalenvektor von E als auch Ortsvektor eines Punkts der Ebene E ist.
- (7) Gegeben ist ein Würfel ABCDEFGH mit $A(0|0|0)$, $B(4|0|0)$, $C(4|4|0)$ und $E(0|0|4)$. Die Punkte F , G und H liegen oberhalb von B , C und D .
- Geben Sie die Koordinaten von D , F , G und H an.
 - Bestimmen Sie den Abstand von E zur Ebene ABGH.
 - Der Punkt E wird an der Ebene ABGH gespiegelt; bestimmen Sie die Koordinaten des Spiegelpunkts E' .
 - Bestimmen Sie das Volumen der Pyramide BEGF.
- (8) Einem Kreis mit Radius 4 wird ein Quadrat einbeschrieben. Bestimmen Sie die Seitenlänge des Quadrats.