

# MATHEMATIK K1

27.05.2019

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7a)	7b)	8
Punkte (max)	2	2	3	3	3	7	7	2	1
Punkte									

Gesamtpunktzahl      /30  
Notenpunkte

- (1) Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion

$$f(x) = \sqrt{2x} \cdot \sin(x^2).$$

- (2) Bestimmen Sie das Integral

$$\int_2^3 (x^3 - x) dx$$

- (3) Lösen Sie die Gleichung

$$\frac{2}{x-2} = x - 3.$$

- (4) Gegeben sind die Punkte  $A(0|2|2)$ ,  $B(4|-1|z)$  und  $C(-3|y|6)$ .

- a)  $B$  liegt auf der Geraden

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 0,75 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie  $z$ .

- b) Zeigen Sie, dass der Abstand von  $A$  und  $C$  mindestens 5 beträgt.

- (5) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} 4x_1 & - & 5x_2 & + & 3x_3 & = & -2 \\ -3x_1 & - & 4x_2 & + & x_3 & = & 10 \\ 2x_1 & + & 6x_2 & - & 2x_3 & = & -10 \end{array}$$

- (6) Gegeben sind die Ebene

$$E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

und die Gerade

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 16 \\ -5 \\ -10 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

- a) Untersuchen Sie die gegenseitige Lage von  $g$  und  $E$ .
- b) Geben Sie die Gleichung einer Ebene  $F$  an, die orthogonal zu  $E$  ist und  $g$  enthält.
- c) Geben Sie die Gleichung einer Ebene  $H$  an, die echt parallel zu  $E$  ist und orthogonal zu  $F$ .
- d) Bestimmen Sie die Schnittpunkte von  $g$  mit der  $x_2x_3$ -Ebene.
- (7) Gegeben ist ein Würfel ABCDEFGH, dessen Kanten parallel zu den Koordinatenachsen liegen. Weiter ist  $A(0|0|0)$ ,  $B(5|0|0)$ ,  $C(5|5|0)$ ,  $D(0|5|0)$ ,  $E(0|0|5)$ ,  $F(5|0|5)$ ,  $G(5|5|5)$  und  $H(0|5|5)$

Die Punkte  $I(5|0|1)$ ,  $J(2|5|0)$ ,  $K(0|5|2)$  und  $L(1|0|5)$  liegen jeweils auf einer Kante des Würfels.

- a) Zeichnen Sie den Würfel samt des Vierecks IJKL in ein geeignetes Koordinatensystem.

Begründen Sie, dass das Viereck IJKL ein Trapez ist, in dem zwei Seiten gleich lang sind.

Weisen Sie nach, dass die Seite IL doppelt so lang ist wie die Seite JK.

- b) Gegeben ist die Ebene  $S : 5x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 0$ . Der Punkt  $K$  liegt in einer Ebene  $T$ , die parallel zu  $S$  ist.

Untersuchen Sie, ob auch der Punkt  $L$  in  $T$  liegt.

- (8) Ordnen Sie die Zahlen der Größe nach, beginnend mit der kleinsten:

$$\frac{21}{11}, \quad \frac{21}{12}, \quad \sqrt{4}, \quad e.$$