

MATHEMATIK K5

05.07.2018

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punkte (max)	3	2	3	2	4	5	5	2	3	1
Punkte										

$$\frac{\text{Gesamtpunktzahl}}{\text{Notenpunkte}} \quad /30$$

- (1) Bestimmen Sie die jeweils erste Ableitung der folgenden Funktionen.

$$f(x) = \frac{5x^2}{6} - \frac{3}{x}$$
$$g(x) = 1 + 2\sqrt{x} \cdot \sin(x)$$

- (2) Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion F von

$$f(x) = (x - 1)^3$$

mit $F(3) = 1$.

- (3) Lösen Sie die Gleichung

$$e^{2x} - \frac{3}{e^{2x}} = 2.$$

- (4) Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden der beiden Ebenen

$$E : 3x_1 - x_2 = 1 \quad \text{und} \quad F : 6x_2 + x_3 = 9.$$

- (5) Welcher Punkt auf $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ hat den kleinsten Abstand zu $P(9 | -3 | 12)$?

Geben Sie die Gleichung einer Ebene an, die von g doppelt so weit entfernt ist wie P .

- (6) Gegeben sind die Ebene $E : 11x_1 + 2x_2 - 10x_3 = 6$ und die Gerade $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- Untersuchen Sie die gegenseitige Lage von g und E .
 - Welche Punkte auf g haben von E den Abstand 15?
 - Spiegeln Sie die Gerade g an der Ebene E .
- (7) In einem Koordinatensystem sind die Punkte $A(0|0|1)$, $B(2|6|1)$, $C(-4|8|5)$ und $D(-6|2|5)$ gegeben. Sie liegen in einer Ebene E und bilden ein Viereck ABCD, dessen Diagonalen sich im Punkt M schneiden.
- Begründen Sie, dass die Gerade AB parallel zur x_1x_2 -Ebene verläuft.
 - Weisen Sie nach, dass das Viereck ABCD ein Rechteck ist. Bestimmen Sie die Koordinaten von M .
 - Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Koordinatenform.
- (8) Gegeben ist die Ebene $E : 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$, der Punkt $P(0|3|1)$ und die Gerade $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden h , welche durch P geht, parallel zu E ist und g schneidet.
- (9) Gegeben ist eine Gerade g und ein Punkt, der nicht auf der Geraden liegt. Beschreiben Sie, wie man g an P spiegelt.
- (10) Lösen Sie die Gleichung $x^2 = \frac{x-2}{x-2}$.