MATHEMATIK KLAUSUR III

09.03.2016

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8
Punkte (max)	6	4	4	2	3	2	1	8
Punkte								

Gesamtpunktzahl	/30
Notenpunkte	

Der WTR ist nur für die Lösung der Textaufgabe (und zur Kontrolle der andern) zugelassen. Der Rechenweg muss ersichtlich sein, und bei der Textaufgabe muss der Ansatz aufgeschrieben werden. Lösungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht gewertet!

(1) Bestimmen Sie die erste Ableitung der Funktionen f und berechnen Sie $f'(1)$.

$$a) \quad f(x) = x + xe^{-x}$$
$$b) \quad f(x) = \frac{x^2+1}{2x}$$
$$c) \quad f(x) = a\sin(ax) + a^2$$
$$d) \quad f(x) = \sqrt{7-3x^2} + 1$$

(2) Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion F von

$$a) \quad f(x) = \frac{1}{2x-1} + 1$$
$$b) \quad f(x) = \pi\cos(\frac{\pi}{2}x) + \pi$$

mit $F(1) = 0$.

(3) Berechnen Sie die Integrale

$$a) \quad \int_1^4 (x^2+1)\,dx = \qquad\qquad b) \quad \int_0^1 \sqrt{3x+1}\,dx =$$

(4) Lösen Sie die Gleichung

$$e^{2x} = 2e^x.$$

(5) Bestimmen Sie die Fläche, die von den Schaubildern der Funktionen f und g mit

$$f(x) = 2x^2 \quad \text{und} \quad g(x) = x^2 + x + 2$$

eingeschlossen wird.

(6) Bestimmen Sie k so, dass

$$\int_1^k \frac{1}{x^2}\,dx = \frac{1}{2}$$

wird.

(7) Geben Sie eine Lösung der folgenden Gleichung an:

$$\int_\pi^x \frac{\sqrt{t^2+1}}{\cos(\ln t)}\,dt = 0$$

(8) Die momentane Änderungsrate des Wasservolumens in einem Stausee wird innerhalb eines Jahres beschrieben durch die Funktion f mit

$$f(t) = 10(t^2 - 15t + 44)e^{0,2t}$$

(t in Monaten seit Beobachtungsbeginn, $f(t)$ in 1000 m^3 pro Monat). Am Jahresanfang sind 7,5 Mio Kubikmeter Wasser im See.

(a) Skizzieren Sie den Graphen von f in einem geeigneten Koordinatensystem.

(b) Wann nimmt das Wasservolumen am stärksten ab?

(c) In welchem Zeitraum nimmt das Wasservolumen ab?

(d) Erklären Sie anhand des Schaubilds von f, wann während des ersten halben Jahrs am meisten Wasser im See ist.

(e) Zeigen Sie, dass

$$F(t) = 10(5t^2 - 125t + 845)e^{-0,2t}$$

eine Stammfunktion von f ist.

Bestimmen Sie das Integral $\int_0^{12} f(t)\,dt$ und erklären Sie dessen Bedeutung im Sachzusammenhang.

(f) Geben Sie einen Term an, der für jeden Zeitpunkt t das Wasservolumen beschreibt.

(g) Welche Bedeutung haben die Lösungen der Gleichung

$$\int_0^x f(t)dt = 0?$$

Geben Sie eine Lösung an und erklären Sie, wie man mit Hilfe des Schaubilds eine zweite Lösung näherungsweise bestimmen kann.