MATHEMATIK KLAUSUR K1 – 5

25.06.2012

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Punkte (max)	2	2	3	8	3	5	3	3	1
Punkte									

Gesamtpunktzahl	/30
Notenpunkte	

(1) Bestimmen Sie die erste Ableitung von

$$f(x) = e^{-5x} \cdot (2 + 3x)^3.$$

(2) Bestimmen Sie das Integral

$$\int_0^1 (2\pi \sin(\pi x) + \pi)\, dx$$

(3) Lösen Sie die Gleichung

$$x^3 - x - \frac{12}{x} = 0.$$

(4) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene durch die Punkte $A(3|2|0)$, $B(0|6|1)$ und $C(6|2|1)$.

(mögl. Lösung: $E : 2x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12$.).

(a) Veranschaulichen Sie die Ebene in einem geeigneten Koordinatensystem.

(b) Berechnen Sie den Abstand des Punktes $P(10|4|1)$ von E.

(c) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden durch $Q(-2|5|7)$, welche auf E senkrecht steht.

(d) Geben Sie die Gleichung einer Geraden durch $Q(-2|5|7)$ an, welche zu E parallel ist.

(5) Zeigen Sie, dass die Ebenen

$$E : 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 5 \quad \text{und} \quad F : 2x_1 - x_2 - 4x_3 = -4$$

orthogonal sind, und bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden.

(6) Berechnen Sie den Schnittpunkt der Geraden

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix},$$

und prüfen Sie, ob die Geraden sich orthogonal schneiden.

Zeigen Sie darüberhinaus, dass sich die drei Geraden g, h und

$$k : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} + u\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

alle in einem Punkt schneiden.

(7) Welcher Punkt auf der Geraden

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

hat den kleinsten Abstand zu $P(2|6|9)$? Geben Sie diesen Abstand an.

(8) Bestimme alle Punkte C auf der x_3-Achse, die mit $A(2|1|9)$ und $B(1|-4|8)$ ein Dreieck bilden, das in C einen rechten Winkel besitzt.

(9) Es sei Z die Anzahl der Ziegen und K die Anzahl der Kühe auf einer Weide. Es sind fünfmal so viele Ziegen wie Kühe auf der Weide. Drücken Sie das durch eine Gleichung mit Hilfe von Z und K aus!