

MATHEMATIK G9

GLEICHUNGEN

(1) Fasse zusammen.

a) $2^m + 4^m =$

c) $\frac{27^m}{9^{2m}} =$

b) $4^m \cdot 8^m =$

d) $\frac{6^{2m}}{4^m} =$

(2) Löse folgende Gleichungen.

a) $2^x = 8$

c) $2^x = 0$

b) $2^x = 0,5$

d) $2^x = -1$

(3) Löse folgende Gleichungen.

a) $\log_2(x) = 3$

c) $\log_4(x) = -1$

b) $\log_{10}(x) = 2$

d) $\log_5(x) = 0$

(4) Löse folgende Gleichungen.

a) $(2^x - 1)(2^x - 16) = 0$

c) $4^x = 2$

b) $3 \cdot 2^x = 48$

d) $4^x = \frac{1}{2}$

(5) Löse folgende Gleichungen.

a) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

c) $2^{3x} - 4 \cdot 2^x = 0$

b) $3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$

d) $2 \cdot 4^x = 4 \cdot 2^x$

(6) Löse folgende Gleichungen.

a) $3 \cdot 2^x = 12$

c) $5 \cdot 1,1^x + 3 = 103$

b) $3 \cdot 2^x = 1200$

d) $4 \cdot 10^{2x+1} = 160$

LÖSUNGEN

(1) Fasse zusammen.

a) $2^m + 4^m = 2^m(1 + 2^m)$

c) $\frac{27^m}{9^{2m}} = \frac{3^{3m}}{3^{4m}} = 3^{-m}$

b) $4^m \cdot 8^m = 2^{2m} \cdot 2^{3m} = 2^{5m}$

d) $\frac{6^{2m}}{4^m} = \frac{2^{2m} \cdot 3^{2m}}{2^m \cdot 2^m} = 3^{2m}$

(2) Lösungen:

a) $x = 3$

c) keine Lösung

b) $x = -1$

d) keine Lösung

(3) Lösungen:

a) $x = 8$

c) $x = \frac{1}{4}$

b) $x = 100$

d) $x = 1$

(4) Lösungen:

a) $x_1 = 0, x_2 = 4$

c) $x = \frac{1}{2}$

b) $x = 4$

d) $x = -\frac{1}{2}$

(5) a) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$: Substitution $z = 2^x$ (und damit $z^2 = 2^{2x}$) liefert $z^2 - 5z + 4 = 0$. Vieta: $(z - 1)(z - 4) = 0$, also $z_1 = 1$ und $z_2 = 4$. Resubstitution: $2^x = 1$ ergibt $x_1 = 0$, $2^x = 4$ ergibt $x_2 = 2$.b) $3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$: Substitution $3^x = z$ (und damit $3^{2x} = z^2$) ergibt die quadratische Gleichung $3z^2 - 10z + 3 = 0$, also $z_1 = 3$ und $z_2 = \frac{1}{3}$. Also folgt $3^x = 3$ und $x_1 = 1$ bzw. $3^x = \frac{1}{3}$ und $x_2 = -1$.c) Ausklammern: $2^x(2^{2x} - 4) = 0$ und Satz vom Nullprodukt führt auf $2^x = 0$ (keine Lösung) bzw. $2^{2x} = 4$, also $x_1 = 2$.

d) Alles auf eine Seite, durch 2 teilen und ausklammern:

$$2 \cdot 4^x = 4 \cdot 2^x$$

$$2 \cdot 4^x - 4 \cdot 2^x = 0$$

$$4^x - 2 \cdot 2^x = 0$$

$$2^x(2^x - 2) = 0$$

Satz vom Nullprodukt ergibt $2^x = 0$ (keine Lösung) bzw. $2^x = 2$ und damit $x_1 = 1$.

(6) Löse folgende Gleichungen.

a) $3 \cdot 2^x = 12$

c) $5 \cdot 1,1^x + 3 = 103$

b) $3 \cdot 2^x = 1200$

d) $4 \cdot 10^{2x+1} = 160$