

MATHEMATIK G10C KLASSENARBEIT 5

11.07.2019

Aufgabe	1	2a	2b	2c	3
Punkte (max)	12	8	6	3	1
Punkte					

(1) Bestimme die erste Ableitung folgender Funktionen

$$f(x) = 4(1 - x)^5$$

$$g(x) = (x^2 + x + 1)^5$$

$$h(x) = 2\pi \cos(\pi x) + x$$

$$k(x) = \frac{3}{2x + 1}$$

$$m(x) = 2\sqrt{5x}$$

$$k(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^4 + x^2}$$

$$r(x) = \frac{3}{5x} + \frac{5x}{3}$$

$$s(x) = \frac{2}{a^2x + ax^2}$$

- (2) Ein Glücksrad hat drei Sektoren mit den Farben grün, rot und blau. Die Wahrscheinlichkeit, dass grün gedreht wird, liegt bei 50 %, die von rot ist $\frac{1}{3}$.

a) Das Glücksrad wird nun drei Mal gedreht.

- (1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit dreht man drei gleiche Farben?
- (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit dreht man drei verschiedene Farben?
- (3) Mit welcher Wahrscheinlichkeit dreht man zweimal rot hintereinander?

b) Mit dem Glücksrad wird folgendes Spiel gespielt: Ein Spieler dreht, bis die Farbe grün erscheint, aber höchstens drei Mal. Wenn er drei Mal rot gedreht hat, erhält er 30 Euro, bei zwei Mal rot 24 Euro, sonst nichts.

Berechne die zu erwartende Auszahlung.

Wie groß muss der Einsatz sein, damit das Spiel fair ist?

c) Wie oft müsste man das Glücksrad mindestens drehen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens einmal blau zu drehen?

- (3) Ein Hirte, der 70 Rinder trieb, wurde gefragt: "Welchen Teil deiner Herde treibst du?". Er antwortete: "Ich treibe zwei Drittel von einem Drittel des Viehs." Wie viele Tiere enthielt die ganze Herde?

(1) Bestimme die erste Ableitung folgender Funktionen

$$f'(x) = -20(1 - x)^4$$

$$g'(x) = 5(x^2 + x + 1)^4(2x + 1)$$

$$h'(x) = -2\pi^2 \sin(\pi x) + 1$$

$$k'(x) = -\frac{6}{(2x + 1)^2}$$

$$m'(x) = \frac{5}{\sqrt{5x}}$$

$$k'(x) = \frac{2x^3 + x^2}{2\sqrt{x^4 + x^2}}$$

$$r'(x) = -\frac{3}{5x^2} + \frac{5}{3}$$

$$s'(x) = -\frac{2(a^2 + 2ax)}{(a^2x + ax^2)^2}$$

- (2) Ein Glücksrad hat drei Sektoren mit den Farben grün, rot und blau. Die Wahrscheinlichkeit, dass grün gedreht wird, liegt bei 50 %, die von rot ist $\frac{1}{3}$.

a) Das Glücksrad wird nun drei Mal gedreht.

- (1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit dreht man drei gleiche Farben?

$$(1 \text{ VP}) p(b) = 1 - p(g) - p(r) = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$(2 \text{ VP}) p(ggg) + p(rrr) + p(bbb) = \frac{1}{8} + \frac{1}{27} + \frac{1}{216} = \frac{1}{6}.$$

- (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit dreht man drei verschiedene Farben?

$$(3 \text{ VP}) p(\text{drei versch.}) = p(bgr) \cdot 6 = \frac{1}{6}.$$

- (3) Mit welcher Wahrscheinlichkeit dreht man zweimal rot hintereinander?

$$(2 \text{ VP}) p = p(rrr) + p(rrn) + p(nrr) = \frac{1}{27} + \frac{2}{27} + \frac{2}{27} = \frac{5}{27}.$$

b) Mit dem Glücksrad wird folgendes Spiel gespielt: Ein Spieler dreht, bis die Farbe grün erscheint, aber höchstens drei Mal. Wenn er drei Mal rot gedreht hat, erhält er 30 Euro, bei zwei Mal rot 24 Euro, sonst nichts.

A	21	3	0
Pfad	rrr	rrn	
p	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{8}{9}$

Also ist $E(A) = \frac{30}{27} + \frac{24}{27} = 2$. Man hat durchschnittlich 2 Euro Auszahlung zu erwarten.

Damit das Spiel fair ist, muss der Einsatz 2 Euro betragen.

- c) Wie oft müsste man das Glücksrad drehen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens einmal blau zu drehen?

$1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0,95$ führt auf $n \approx 7,4$. Man muss also mindestens 8 Mal drehen.

- (3) Ein Hirte, der 70 Rinder trieb, wurde gefragt: "Welchen Teil deiner Herde treibst du?". Er antwortete: "Ich treibe zwei Drittel von einem Drittel des Viehs." Wie viele Tiere enthielt die ganze Herde?

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot x = 70 \text{ liefert } n = 9 \cdot 35 = 315.$$