

MATHEMATIK G10C KLASSENARBEIT 2

21.01.2019

Aufgabe	1a)	b)	c)	2a)	b)	c)	d)	e)
Punkte (max)	3	2	1	1	2	2	3	1
Punkte								

Aufgabe	3a)	b)	c)	d)	e)
Punkte (max)	2	3	2	2	4
Punkte					

- (1) Gegeben ist ein Dreieck ABC mit den Eckpunkten

$$A(-2|-1|2), B(2|3|9), C(5|3|6)).$$

- (a) Zeige, dass das Dreieck ABC gleichschenkelig, aber nicht rechtwinklig ist.
- (b) Ergänze das Dreieck zu einer Raute und bestimme dessen Diagonalschnittpunkt und seinen Flächeninhalt.
- (2) Gegeben sind die Punkte $P(5|3|3)$, $Q(13|2|11)$ und die Gerade

$$h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimme eine Gleichung der Geraden g durch P und Q .
- (b) Untersuche, ob die Punkte $A(4|0|2)$ und $B(6|1|4)$ auf der Geraden h liegen.
- (c) Welche Punkte auf der Geraden g sind von Q gleich weit entfernt wie P ?
- (d) Untersuche die gegenseitige Lage von g und h .
- (e) Gib die Gleichung einer Geraden an, welche durch A geht und parallel zu h ist.

- (3) Ein U-Boot bewegt sich geradlinig und mit konstanter Geschwindigkeit. In einem geeigneten Koordinatensystem wird seine Position beschrieben durch

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix},$$

wobei die Meeresoberfläche durch die x_1x_2 -Ebene dargestellt wird, t die Zeit in Stunden nach Beginn des Tauchgangs bezeichnet, und alle Längenangaben in km sind.

- (a) Begründe, dass das U-Boot sich bei Beobachtungsbeginn an der Meeresoberfläche befindet. An welcher Position befindet es sich nach einer Stunde?
- (b) Begründe, dass das Boot sinkt. Nach wieviel Minuten hat es eine Tiefe von 1 km erreicht?
- (c) Berechne die Geschwindigkeit des U-Boots.
- (d) Ein zweites U-Boot hat t Stunden nach Beobachtungsbeginn die Position

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Zu welchem Zeitpunkt haben beide U-Boote dieselbe Tiefe? In welcher Tiefe befinden sie sich dann?

- (e) Zeige, dass sich die Bahnen der U-Boote kreuzen, dass aber keine Kollisionsgefahr besteht.

1. LÖSUNGEN

(1) Gegeben ist ein Dreieck ABC mit den Eckpunkten

$$A(-2|-1|2), B(0|3|6), C(4|2|-4).$$

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} & |\vec{AB}| &= \sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2} = 6, \\ \vec{BC} &= \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -10 \end{pmatrix} & |\vec{BC}| &= 117, \\ \vec{AC} &= \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} & |\vec{AC}| &= 9. \end{aligned}$$

Wegen $|\vec{AB}|^2 + |\vec{AC}|^2 = |\vec{BC}|^2$ ist das Dreieck rechtwinklig in A.

(2) Die Geradengleichung ist

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Schneiden ergibt die Gleichungen

$$\begin{aligned} 1 + 8s &= -1 + t, \\ 3 - s &= 1 \\ 3 + 8s &= 1 + t \end{aligned}$$

Dies liefert $s = 2$ und $t = 18$, sowie den Schnittpunkt $S(17|01|19)$.

(3) a) Bei Beobachtungsbeginn ist das U-Boot in $(2|-5|0)$; wegen $x_3 = 0$ ist es also an der Meeresoberfläche.

Nach einer Stunde ($t = 1$) ist das U-Boot in $(8|1|-3)$.

b) Da die x_3 -Koordinate des Richtungsvektors negativ ist, sinkt das U-Boot. Aus $x_3 = -3t = 1$ erhält man $t = \frac{1}{3}$, also hat es nach 20 Minuten eine Tiefe von 1 km erreicht.

c) Die Länge des Richtungsvektors ist $\sqrt{6^2 + 6^2 + 3^2} = 9$, also hat das U-Boot eine Geschwindigkeit von 9 km/h.

d) Beide U-Boote haben dieselbe Tiefe, wenn $-3t = -2 - t$ ist, also nach $t = 1$ Stunde. Sie befinden sich dann in 3 km Tiefe.

e) Schneiden liefert

$$2 + 6t = 6 + 2u$$

$$-5 + 6t = 1 + u$$

$$-3t = -2 - u.$$

Addition der beiden letzten Gleichungen ergibt $-5 + 3t = -1$, also $t = \frac{4}{3}$ und damit $u = 2$; die Bahnen kreuzen sich also in $S(10|3| - 4)$. Allerdings ist das zweite U-Boot mehr als eine Stunde nach dem ersten dort.