

# WIEDERHOLUNG

FRANZ LEMMERMEYER

## 2. ENERGIE

Energie ist die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten.

Eine Masse  $m$ , die aus eine Höhe von  $h$  Metern fällt, verrichtet beim Aufprall Arbeit (der Körper wird verformt, die Erde wird minimal beschleunigt). Die Lageenergie, die ein Körper der Masse  $m$  beim Fallen aus  $h$  Metern Höhe mit dem Ortsfaktor  $g$  in Bewegungsenergie umsetzt, ist

$$E_L = mgh.$$

Weiter hat ein Körper der Masse  $m$  und der Geschwindigkeit  $v$  eine Bewegungsenergie  $E_B$  von

$$E_B = \frac{1}{2}mv^2.$$

Die Einheit der Energie ist Joule (J). Wegen

$$1 \text{ J} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

muss man, um Joule zu erhalten, immer in den Einheiten kg, m und s rechnen.

Der Energieerhaltungssatz sagt, dass Energie nicht verloren geht. Wenn ein Körper fällt, wird die Lageenergie in Bewegungsenergie umgewandelt (und ein kleiner Teil durch den Luftwiderstand in Wärmeenergie). Wenn man einen Körper hochwirft, wird die ihm mitgegebene Bewegungsenergie fast vollständig in Lageenergie umgewandelt (der Rest wird zur Überwindung des Luftwiderstands verwendet und bei Rechnungen vernachlässigt). Bei solchen Vorgängen gilt also immer  $E_L = E_B$ .

## AUFGABEN

- (1) Berechne die fehlende Größe (Lageenergie, Höhe  $h$  und Masse  $m$ ; der Ortsfaktor ist  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ) und achte auf die Einheiten!

$E_L$		30 J	7,5 J
$h$	120 cm	10 m	
$m$	600 g		1600 g

- (2) Berechne die fehlende Größe (Bewegungsenergie, Masse  $m$  und Geschwindigkeit  $v$ ) und achte auf die Einheiten!

$E_B$		4 kJ	280 J
$m$	2400 g	15 g	
$v$	27 km/h		30 m/s

- (3) Ein LkW mit einer Masse von 2,9 t hat eine Geschwindigkeit von 96 km/h. Wie groß ist seine Bewegungsenergie?
- (4) Welche Geschwindigkeit hat eine Kugel der Masse 2 kg mit einer Bewegungsenergie von 98 J?
- (5) Ein Fallschirmspringer (Masse 65 kg) springt aus einem Ballon. Welche Geschwindigkeit hat er, wenn er 200 m gefallen ist und wenn man den Luftwiderstand vernachlässigt?
- (6) Ein Aufzug der Masse 400 kg kann maximal 300 kg befördern. Welche Energie muss man aufbringen, wenn der Aufzug voll besetzt ist und eine Höhe von 12 m zu überwinden ist?
- (7) Eine Gewehrkuugel mit der Masse 15 g ist 600 m/s schnell.
- Berechne die kinetische Energie der Kugel.
  - Sie bleibt beim Aufprall auf einen Holzblock der Masse 5 kg stecken, der an einem Seil hängt. Welche Geschwindigkeit hat der Holzblock nach dem Aufprall, wenn man Verformungsenergie vernachlässigt?
  - Der Holzblock schwingt nach dem Aufprall wie ein Pendel. Welche Höhe erreicht er?

- (8) Eine Masse von 2 kg wird waagrecht für 5 s mit  $1 \text{ m/s}^2$  beschleunigt.
- Welche Geschwindigkeit hat der Körper nach 2 s, welche zum Schluss?
  - Welche kinetische Energie hat der Körper am Ende?
  - Welche Leistung muss man für die Beschleunigung aufbringen?
- (9) Welche Energieformen werden in welche umgewandelt, wenn
- ein Ball nach oben geworfen wieder aufgefangen wird?
  - ein Auto eine Vollbremsung macht?

### 3. FORMELSAMMLUNG

**Bewegung.** Die Geschwindigkeit gibt an, wie schnell sich ein Objekt bewegt, also den Ort ändert:

- $v = \frac{s}{t}$ , genauer  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$  (Ortsänderung durch Zeitdifferenz).

Die Beschleunigung gibt an, wie schnell sich die Geschwindigkeit ändert:

- $a = \frac{v}{t}$ , genauer  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  (Geschwindigkeitsänderung durch Zeitdifferenz).

Die Beschleunigung ist genau dann 0, wenn die Geschwindigkeit konstant ist (im Zeit-Geschwindigkeitsdiagramm: waagrechte Linien).

**Energie.** Die am einfachsten zu beschreibenden Energieformen sind Lageenergie und Bewegungsenergie. Diese werden in Joule gemessen.

- $E_L = mgh$  ( $m$  die Masse in kg,  $g$  der Ortsfaktor, also meist  $g = 9,82 \text{ m/s}^2$ ,  $h$  die Höhe in  $m$ )
- $E_B = \frac{1}{2}mv^2$  ( $v$  in  $\text{m/s}$ )

Die Leistung gibt an, wie viel Energie pro Zeit man aufwendet. Die Leistung wird in Watt gemessen; dabei ist ein Watt die Leistung von eine Joule pro Sekunde.

- Leistung  $P = \frac{E}{t}$ , genauer  $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ .

## LÖSUNGEN

- (1) Berechne die fehlende Größe (Lageenergie, Höhe  $h$  und Masse  $m$ ; der Ortsfaktor ist  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ) und achte auf die Einheiten!

$E_L$	7,06 J	30 J	7,5 J
$h$	120 cm	10 m	0,48 m
$m$	600 g	306 g	1600 g

- 120 cm sind 1,2 m, 600 g sind 0,6 kg. Also  $E_L = mgh = 0,6 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1,2 \text{ m} \approx 7,06 \text{ J}$ .
- $E_L = mgh$  liefert  $m = \frac{E_L}{gh} = \frac{30 \text{ J}}{9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m}} \approx 0,306 \text{ kg}$ .
- 1600 g sind 1,6 kg; also  $h = \frac{E_L}{mg} = \frac{7,5 \text{ J}}{1,6 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} \approx 0,48 \text{ m}$ .

- (2) Berechne die fehlende Größe (Bewegungsenergie, Masse  $m$  und Geschwindigkeit  $v$ ) und achte auf die Einheiten!

$E_B$	67,5 J	4 kJ	280 J
$m$	2400 g	15 g	0,62 kg
$v$	27 km/h	730 m/s	30 m/s

Es gilt  $E = E_B = \frac{1}{2}mv^2$ . Auflösen nach  $m$  (Multiplikation mit 2, Division durch  $v^2$ ) liefert  $m = \frac{2E}{v^2}$ . Auflösen nach  $v$  geht so:

$$\begin{array}{l|l}
 E = \frac{1}{2}mv^2 & \cdot 2 \\
 2E = mv^2 & : m \\
 \frac{2E}{m} = v^2 & \sqrt{\quad} \\
 \sqrt{\frac{2E}{m}} = v & 
 \end{array}$$

- 2400 g sind 2,4 kg; 27 km/h sind 7,5 m/s;  $E_B = \frac{1}{2}mv^2 = 0,5 \cdot 2,4 \cdot 7,5^2 \text{ J} = 67,5 \text{ J}$ .
- 4 kJ sind 4000 J; 15 g sind 0,015 kg;  $v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4000}{0,015}} \text{ m/s} \approx 730 \text{ m/s}$ . Die Situation entspricht ungefähr einer abgefeuerten Pistolenkugel.
- $m = \frac{2E}{v^2} = \frac{2 \cdot 280}{30^2} \text{ kg} \approx 0,62 \text{ kg}$ .

- (3) *Ein LkW mit einer Masse von 2,9 t hat eine Geschwindigkeit von 96 km/h. Wie groß ist seine Bewegungsenergie?*

Masse  $m = 2900$  kg;  $96$  km/h  $\approx 26,7$  m/s; also  $E = \frac{1}{2}mv^2 = 0,5 \cdot 2900 \cdot 26,7^2$  J  $\approx 1034000$  J; das sind etwa 1,03 MJ.

- (4) *Welche Geschwindigkeit hat eine Kugel der Masse 2 kg mit einer Bewegungsenergie von 98 J?*

Gegeben: Bewegungsenergie  $E_B = \frac{1}{2}mv^2 = 98$  J und Masse  $m = 2$  kg. Auflösen nach  $v$  ergibt  $v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 98}{2}}$  m/s  $\approx 9,9$  m/s.

- (5) *Ein Fallschirmspringer (Masse 65 kg) springt aus einem Ballon. Welche Geschwindigkeit hat er, wenn er 200 m gefallen ist und wenn man den Luftwiderstand vernachlässigt?*

Wenn jemand 200 m fällt, wird seine Lageenergie  $E_L = mgh$  in Bewegungsenergie  $E_B = \frac{1}{2}mv^2$  umgewandelt:  $E_L = E_B$ .

Lageenergie:  $E_L = mgh = 65 \cdot 9,8 \cdot 200$  J = 127 400 J.

$127\,400$  J =  $E_L = E_B = \frac{1}{2}mv^2$  liefert  $v^2 = \frac{2E_L}{m} = \frac{2 \cdot 127\,400}{65}$   $\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$ , also  $v \approx 62,6$  m/s. Das entspricht etwa 225 km/h.

Die erreichte Geschwindigkeit hängt dabei gar nicht von der Masse des Fallschirmspringers ab: aus  $E_L = E_B$ , also  $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ , kürzt sich die Masse  $m$  heraus, und wir finden  $gh = \frac{1}{2}v^2$ , also  $v^2 = 2gh$  und damit  $v = \sqrt{2gh}$ .

- (6) *Ein Aufzug der Masse 400 kg kann maximal 300 kg befördern. Welche Energie muss man aufbringen, wenn der Aufzug voll besetzt ist und eine Höhe von 12 m zu überwinden ist?*

Um eine Masse von insgesamt 700 kg in 12 m Höhe zu heben, benötigt man die Energie

$$E_L = mgh = 700 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 12 \text{ m} \approx 82\,000 \text{ J},$$

also 82 kJ.

- (7) *Eine Gewehrkuugel mit der Masse 15 g ist 600 m/s schnell.*

a) *Berechne die kinetische Energie der Kugel.*

Es ist  $E_B = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,015 \text{ kg} \cdot 600^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 2700$  J.

b) *Sie bleibt beim Aufprall auf einen Holzblock der Masse 5 kg stecken, der an einem Seil hängt. Welche Geschwindigkeit hat*

*der Holzblock nach dem Aufprall, wenn man Verformungsenergie vernachlässigt?*

Die Bewegungsenergie der Kugel wird auf die Bewegungsenergie des Holzblocks (einschließlich der Kugel) übertragen. Die Gesamtmasse von Holzblock und Kugel ist 5,015 kg (man darf die 15 g auch vernachlässigen). Also muss  $\frac{1}{2}mv^2 = 2700$  J sein. Daraus erhält man  $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 2700}{5,015}}$  m/s  $\approx 32,8$  m/s. Dies sind fast 120 km/h. In Wirklichkeit wird die Geschwindigkeit des Holzblocks viel kleiner sein, weil der Großteil der Bewegungsenergie der Kugel in Verformungsenergie verwandelt wird und nicht in Bewegungsenergie.

c) *Der Holzblock schwingt nach dem Aufprall wie ein Pendel. Welche Höhe erreicht er?*

Bei diesem Vorgang wird die Bewegungsenergie in Lageenergie verwandelt. Es ist also  $2700$  J =  $mgh$ , woraus  $h = \frac{2700}{5,015 \cdot 9,8}$  m  $\approx 54,9$  m folgt. Auch diese Höhe ist, aus dem gleichen Grund wie oben, nicht realistisch.

(8) *Eine Masse von 2 kg wird waagrecht für 5 s mit 1 m/s<sup>2</sup> beschleunigt.*

a) *Welche Geschwindigkeit hat der Körper nach 2 s, welche zum Schluss?*

Pro Sekunde wird die Masse um 1 m/s schneller. Nach 2 s hat er also eine Geschwindigkeit von 2 m/s, zum Schluss dagegen  $v = at = 1$  m/s<sup>2</sup> · 5 s = 5 m/s.

b) *Welche Bewegungsenergie hat der Körper am Ende?*

$$E_B = \frac{1}{2}mv^2 = 0,5 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 5^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 25 \text{ J}.$$

c) *Welche Leistung muss man für die Beschleunigung aufbringen?*

Leistung ist aufzuwendende Energie pro Zeit. Man hat 25 J Energie aufgewandt und dazu 5 s gebraucht. Also ist die Leistung  $P = \frac{E}{t} = 5$  W, denn 1 W ist ein Joule pro Sekunde.

(9) *Welche Energieformen werden in welche umgewandelt, wenn*

a) *ein Ball nach oben geworfen wieder aufgefangen wird?*

Wird der Ball nach oben geworfen, wandelt sich seine Bewegungsenergie in Lageenergie um. Seinen höchsten Punkt erreicht er, wenn die ganze Bewegungsenergie in Lageenergie verwandelt worden ist. Beim Herabfallen wird die Lageenergie wieder in Bewegungsenergie verwandelt.

b) *ein Auto eine Vollbremsung macht?*

Die Bewegungsenergie wird zum Teil (über die Straße) auf die Erde übertragen; der Rest wird in Verformungsenergie (Reifenabrieb) und Wärmeenergie verwandelt.