

Darstellungstheorie endlicher Gruppen

Seminar WS 2011/12

Ort: HS 1

Zeit: Do 14.00-16.00 Uhr s.t.

Beginn: 13.10.2011

Inhalt: Die Darstellungstheorie endlicher Gruppen spielt nicht nur innerhalb der Mathematik (Gruppentheorie, Zahlentheorie, Artinsche L-Funktionen ...) sondern auch in der (Quanten-) Physik eine wichtige Rolle. Mit den elementaren Methoden der linearen Algebra untersucht man, wie (endliche) Gruppen durch lineare Automorphismen auf endlich-dimensionalen Vektorräumen operieren (können). Dadurch gewinnt man Rückschlüsse sowohl über die Gruppe als auch über die Objekte, auf denen sie wirkt. In diesem Seminar haben wir die folgenden drei Hauptziele:

1. Den Induktionssatz von Brauer zu beweisen und die Theorie der expliziten Brauerschen Induktion zu studieren,
2. Fragen über die Definitionskörper der irreduziblen Darstellungen einer Gruppe zu untersuchen,
3. Die Theorie der modularen Charaktere (d.h. Darstellungen über Körpern mit positiver Charakteristik) kennenzulernen.

Die Themen des Seminars im Einzelnen:

1. Grundbegriffe der Darstellungstheorie, Charaktertheorie ([Ser] Ch. 1 und Ch. 2),
2. Darstellungstheorie und Modultheorie, Induzierte Darstellungen, Mackeys Irreduzibilitätskriterium ([Ser] Ch. 6 und Ch. 7),
3. Der Satz von Artin, der Satz von Brauer ([Sn] §2.1),
4. Kanonische Rationalform der Brauerschen Induktion I ([Sn] §2.2)
5. Kanonische Rationalform der Brauerschen Induktion II ([Sn] §2.2)
6. Kanonische Integralform der Brauerschen Induktion und Beispiele ([Sn] §2.3)
7. Rationalitätsfragen und Beispiele I ([Ser] Ch. 12 und Ch. 13),
8. Rationalitätsfragen und Beispiele II ([Ser] Ch. 12 und Ch. 13),
9. Grundbegriffe der Brauertheorie, die Gruppen $R_K(G)$, $R_k(G)$ und $P_k(G)$ ([Ser] Ch. 14 und Appendix),

10. Das *cde*-Dreieck ([Ser] Ch. 15),
11. Hauptsätze und Eigenschaften des *cde*-Dreieckes I ([Ser] Ch. 16 und Ch. 17),
12. Hauptsätze und Eigenschaften des *cde*-Dreieckes II ([Ser] Ch. 16 und 17),
13. Die Theorie der modularen Charaktere ([Ser] Ch. 18),
14. Beispiele der Theorie der modularen Charaktere ([Ser] Ch. 18),
15. Anwendungen in der Theorie der artinschen *L*-Funktionen.

Anmeldung: *ab sofort* bei Th. Bouganis (Zi. 221, INF 288, email: bouganis@mathi.uni-heidelberg.de)

Literatur: [Ser] J.-P. Serre, *Linear Representations of Finite Groups*, GTM 42, Springer, 1977.

[Sn] V. P. Snaith, *Explicit Brauer Induction, with applications to algebra and number theory*, Cambridge studies in advanced mathematics 40, CUP, 1994.

Vorkenntnisse: Algebra I, (Algebra II ist hilfreich, aber nicht vorausgesetzt)