

# Arithmetische Theorie von Modulformen.

Spezialvorlesung SS 2013

**Ort:** INF288 HS 5      **Zeit:** Mo, Mi 14:00-16:00 Uhr c.t.      **Beginn:** 15.04.2013

**Inhalt der Vorlesung:** Seien  $K$  eine endliche algebraische Erweiterung von  $\mathbb{Q}$  und  $\rho$  ein Automorphismus von  $K$  von Ordnung eins (d.h.  $\rho$  ist die Identität) oder zwei. Für eine natürliche Zahl  $n \geq 1$  betrachten wir eine Matrix  $\phi \in GL_n(K)$  mit  ${}^t\phi^\rho = -\phi$ , wobei  ${}^t\phi$  die transponierte Matrix von  $\phi$  bezeichnet. Wir definieren nun die Gruppe

$$G^\phi := \{\alpha \in GL_n(K) \mid \alpha\phi\alpha^* = \phi\}, \quad \alpha^* := {}^t\alpha^\rho.$$

Die Gruppe  $G^\phi$  wird symplektisch oder unitär genannt, je nachdem ob  $\rho$  von Ordnung eins oder zwei ist. In dieser Vorlesung werden wir die Theorie der Modulformen zu  $G^\phi$  kennenlernen. D.h. wenn  $G^\phi$  symplektisch ist, dann werden wir die Theorie der Siegelschen Modulformen studieren und im anderen Fall die Theorie der Hermiteschen Modulformen. Nimmt man z.B.  $\rho$  gleich der Identität,  $K = \mathbb{Q}$ ,  $n = 2$  und  $\phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , dann gilt  $G^\phi = SL_2(\mathbb{Q})$ . In dieser Situation ist die Theorie von Modulformen, die in dieser Vorlesung behandelt wird, ähnlich zu der klassischen Theorie von Modulformen wie im Seminar von Dr. Kasten in diesem Semester. Wir werden versuchen so lange wie möglich, die zwei Kategorien von Gruppen gleichzeitig zu betrachten und dadurch ein besseres Verständnis über die Ähnlichkeiten und Unterschiede zwischen beiden Situationen zu gewinnen.

**In der Vorlesung werden wir die folgende Themen behandeln:**

1. Einführung in die Theorie der Hermiteschen Formen
2. Unitäre und symplektische Gruppen über  $\mathbb{C}$ , symmetrische Räume
3. Adeles und algebraische Gruppen
4. Automorphe Formen und Eisenstein-Reihen
5. Hecke-Algebren und Struktursätze
6.  $L$ -Funktionen und Euler-Produkte
7. Siegel-Eisenstein-Reihen und ihre Fourier-Entwicklung
8. das "Doubling-Method"

9. Analytische Fortsetzung von  $L$ -Funktionen
10. Massformel für unitäre Gruppen

**Fragen:** Bei Thanasis Bouganis (Zi. 221, INF 288, email: bouganis@mathi.uni-heidelberg.de)

**Literatur:** G. Shimura *Euler Products and Eisenstein Series*  
CBMS Regional Conference Series in Mathematics, No  
93, Amer. Math. Soc., 1997

**Vorkenntnisse:** Algebra und Grundkenntnisse in der Analysis.