Übungen zur Einführung in die Geometrie

Sommersemester 2016

Universität Heidelberg
Andreas Ott
Benjamin Kupferer

Blatt 07

Abgabetermin: Freitag, 10.06.16, 9.00 Uhr

Aufgabe 1. **(1+1+1+1 Punkte)**

Überprüfen Sie ob die folgenden Abbildungen wohldefiniert sind und begründen Sie Ihre Antwort.

(a) Sei $(\mathbf{P}, \mathbf{G})$ eine affine Ebene.

$$f_1 \colon \{A^* | A \in \mathbf{P}\} \to \mathbf{P},\ A^* \mapsto A.$$

(b) Sei $(\mathbf{P}, \mathbf{G})$ eine affine Ebene.

$$f_2 \colon [\mathbf{G}] \to \mathbf{G},\ [g] \mapsto g.$$

(c) Sei $(\mathbf{P}, \mathbf{G})$ eine projektive Ebene.

$$f_3 \colon [\mathbf{G}] \to \mathbf{G},\ [g] \mapsto g.$$

(d) Sei $(\mathbf{P}, \mathbf{G})$ eine affine Ebene und $g \in \mathbf{G}$.

$$f_4 \colon \mathbf{G} \to \mathbf{P}, h \ \mapsto g \wedge h.$$

Aufgabe 2. **(2+2+2 Punkte)**

Sei $(\mathbf{P}, \mathbf{G}, \star)$ eine angeordnete Inzidenzebene. Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) Jede Gerade aus $\mathbf{G}$ besitzt unendlich viele Punkte.

(b) $\mathbf{P}$ enthält unendlich viele Punkte.

(c) $\mathbf{G}$ enthält unendlich viele Geraden.

Aufgabe 3. **(2+1+1+2 Punkte)**

Sei $(\mathbf{P}, \mathbf{G}, \star)$ eine angeordnete Inzidenzebene sowie $A, B \in \mathbf{P}$ mit$A \neq B$. Man zeige die folgenden Aussagen:

(a) Die Endpunkte A, B der Strecke $\overline{AB}$ sind eindeutig bestimmt, d.h. es existieren keine Punkte $P, Q \in \overline{AB}$ mit $P \star A \star Q$ oder $P \star B \star Q$.

(b) Der Ausgangspunkt A des Strahls $\overrightarrow{AB}$ ist eindeutig bestimmt, d.h. es existiert kein Punkt $P \in \overrightarrow{AB}$ mit $P \star A \star B$.

(c) Für $C \in \overrightarrow{AB} \backslash \{A\}$ gilt $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

(d) Der Begriff des entgegengesetzten Strahls ist wohldefiniert, d.h. es existiert ein $C \in \mathbf{P}$, sodass die Strahlen $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$ entgegengesetzt sind und sind $D, E \in \mathbf{P}$, sodass $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AD}$ sowie $\overrightarrow{AC}$ und $\overrightarrow{AE}$ entgegengesetzt sind, so gilt $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ sowie $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE}$.