

Übungen zur Finanzmathematik I

- 1. Blatt -

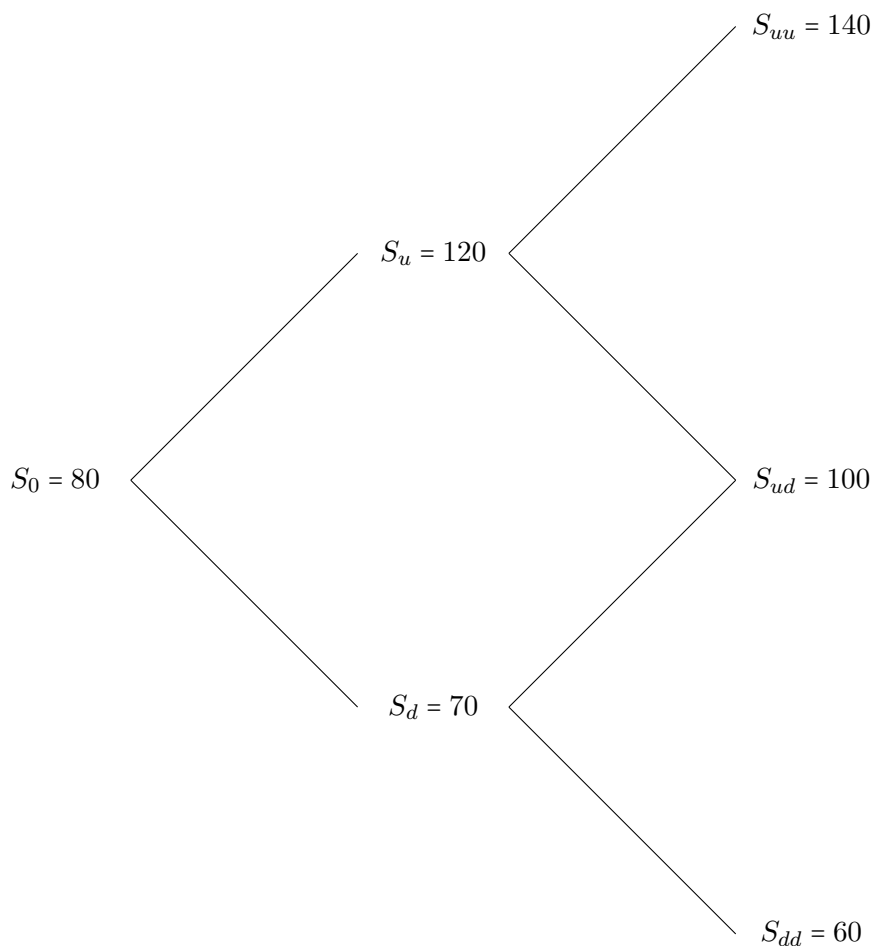
Dr. J. Bartels
abzugeben bis Donnerstag, den 12. April 2024

SS 2024

<http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~bartels/Vorlesung.html>

1 . Aufgabe (6 Punkte):

Die Kursentwicklung der Aktie S für die nächsten zwei Jahre ist in folgendem Binomialbaum dargestellt. Die garantierte Verzinsung beträgt 5% pro Periode.



- a) Bewerten Sie einen amerikanischen Put auf die S-Aktie mit Basispreis 100 und Fälligkeit in $T = 2$.

- b) Wie ändert sich der Put-Preis, wenn die Wahrscheinlichkeiten für eine Abwärtsbewegung des Aktienkurses zunehmen, der oben dargestellte Binomialbaum mit der zugehörigen Aktienkursentwicklung sich jedoch nicht ändert?

2 . Aufgabe (6 Punkte):

Zeigen Sie, dass in einem arbitragefreien Modell $M = ((\Omega, \mathfrak{F}, \mathbb{P}), \bar{\Pi}, \bar{S})$ die folgende Arbitragepreisschranke für eine Wette C gilt:

$$\Pi_{\text{inf}}(C) = \inf_{\mathbb{P}^* \in \mathcal{P}} \mathbb{E}^* \left(\frac{C}{1+r} \right) = \max \left\{ m \geq 0 \mid \bigvee_{\xi \in \mathbb{R}^d} m + \xi Y \leq \frac{C}{1+r} \text{ } \mathbb{P}\text{-fast sicher} \right\}.$$

3 . Aufgabe (6 Punkte):

Zeigen Sie den Hilfssatz 3.5.0.7. im Skript.

4 . Aufgabe (6 Punkte) (Praktische Aufgabe: Exchange Traded Funds):

Ihnen erzählt jemand, dass Exchange Traded Funds, kurz ETF, ein heißer Tip für Ihre Kapitalanlage ist. Es handelt sich hierbei nicht per se um ein passives Investieren, sondern um einen börsengehandelten Fonds. Oft orientiert sich so ein Fonds an einem Index.

- Womit könnte Ihr Bekannter die Kapitalanlage beworben haben, welche Eigenschaften hat er dem ETF zugeschrieben?
- Was sind Primär- und Sekundärmarkt eines ETF? Wo werden ETF zumeist gehandelt - an Börsen oder Over-the-Counter (OTC)?
- Was ist ein Leerverkauf und was ist der Unterschied zwischen ungedecktem und gedecktem Leerverkauf?
- Nehmen Sie sich einen ETF. Für welchen haben Sie sich entschieden? Finden Sie - wenn möglich - heraus, wo Ihr ETF gehandelt wird und wer Authorized Participant ist. Dokumentieren Sie das Ergebnis Ihrer Recherche.
- Finden Sie - wo möglich - heraus, wie viel Anteile Ihres ETF leer verkauft worden sind (short positions).
- An wen verkaufen Sie Ihren ETF Anteil, wenn auf dem Sekundärmarkt keiner mehr ihren Anteil kaufen will?
- Die EU hat eine Leerverkaufsverordnung erlassen. Gilt für Aktien oder ETF-Anteile ein Verbot von Leerverkäufen? Betrifft das gedeckte oder ungedeckte Leerverkäufe?

Die Aufgabe ist gedacht, per Internet ein wenig zu recherchieren. Begründen Sie ggf. Ihre Antworten.