

Übungen zur Finanzmathematik I

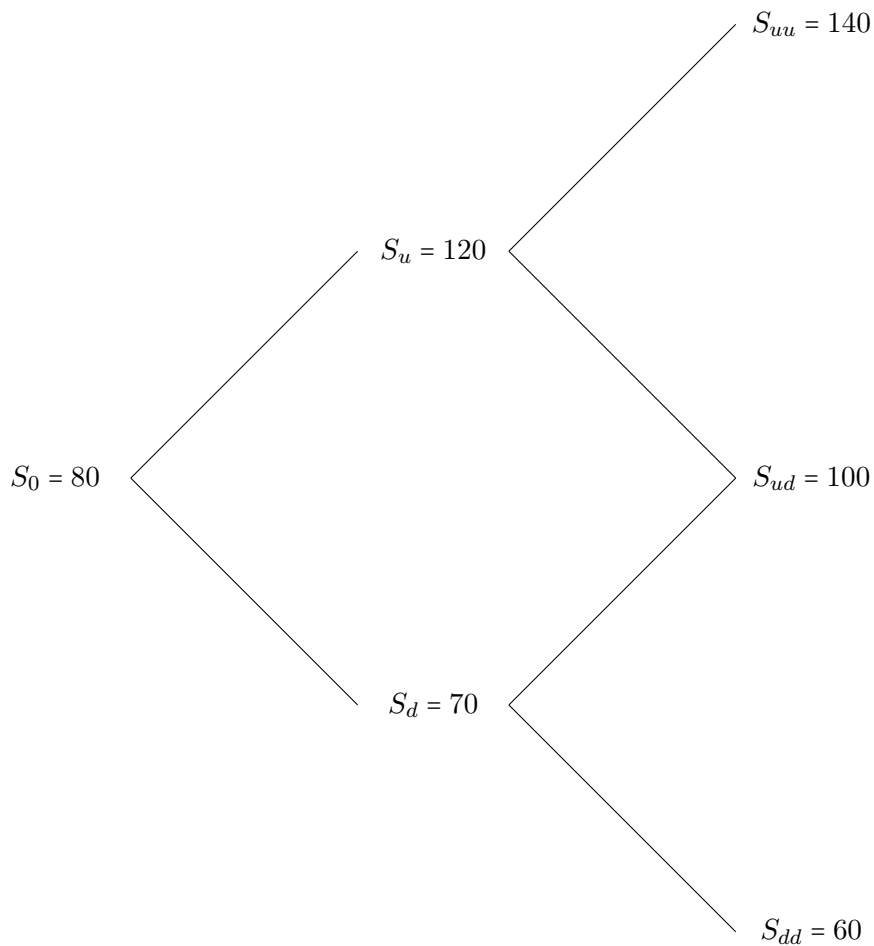
Dr. J. Bartels
abzugeben bis Freitag, den 10. April 2026

SS 2026

<http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~bartels/Vorlesung.html>

1 . Aufgabe (6 Punkte):

Die Kursentwicklung der Aktie S für die nächsten zwei Jahre ist in folgendem Binomialbaum dargestellt. Die garantierte Verzinsung beträgt 5% pro Periode.



- a) Bewerten Sie einen amerikanischen Put auf die S-Aktie mit Basispreis 100 und Fälligkeit in $T = 2$.

- b) Wie ändert sich der Put-Preis, wenn die Wahrscheinlichkeiten für eine Abwärtsbewegung des Aktienkurses zunehmen, der oben dargestellte Binomialbaum mit der zugehörigen Aktienkursentwicklung sich jedoch nicht ändert?

2 . Aufgabe (6 Punkte):

Zeigen Sie, dass in einem arbitragefreien Modell $M = ((\Omega, \mathfrak{F}, \mathbb{P}), \overline{\Pi}, \overline{S})$ die folgende Arbitragepreisschranke für eine Wette C gilt:

$$\Pi_{\inf}(C) = \inf_{\mathbb{P}^* \in \mathcal{P}} \mathbb{E}^* \left(\frac{C}{1+r} \right) = \max \{ m \geq 0 \mid \bigvee_{\xi \in \mathbb{R}^d} m + \xi Y \leq \frac{C}{1+r} \text{ } \mathbb{P}\text{-fast sicher} \}.$$

3 . Aufgabe (6 Punkte):

Zeigen Sie den Hilfssatz 3.5.0.7. im Skript.

4 . Aufgabe (6 Punkte) (Praktische Aufgabe: Exchange Traded Funds):

Ihnen erzählt jemand, dass Exchange Traded Funds, kurz ETF, ein heißer Tip für Ihre Kapitalanlage ist. Es handelt sich hierbei nicht per se um ein passives Investieren, sondern um einen börsengehandelten Fonds. Oft orientiert sich so ein Fonds an einem Index.

- Womit könnte Ihr Bekannter die Kapitalanlage beworben haben, welche Eigenschaften hat er dem ETF zugeschrieben?
- Was sind Primär- und Sekundärmarkt eines ETF? Wo werden ETF zumeist gehandelt - an Börsen oder Over-the-Counter (OTC)?
- Was ist ein Leerverkauf und was ist der Unterschied zwischen ungedecktem und gedecktem Leerverkauf?
- Nehmen Sie sich einen ETF. Für welchen haben Sie sich entschieden? Finden Sie - wenn möglich - heraus, wo Ihr ETF gehandelt wird und wer Authorized Participant ist. Dokumentieren Sie das Ergebnis Ihrer Recherche.
- Finden Sie - wo möglich - heraus, wie viel Anteile Ihres ETF leer verkauft worden sind (short positions).
- An wen verkaufen Sie Ihren ETF Anteil, wenn auf dem Sekundärmarkt keiner mehr ihren Anteil kaufen will?
- Die EU hat eine Leerverkaufsverordnung erlassen. Gilt für Aktien oder ETF-Anteile ein Verbot von Leerverkäufen? Betrifft das gedeckte oder ungedeckte Leerverkäufe?

Die Aufgabe ist gedacht, per Internet ein wenig zu recherchieren. Begründen Sie ggf. Ihre Antworten.

5 . Aufgabe (6 Punkte) (Zusatzaufgabe: Leerverkäufe und Settlement Fails bei ETFs im Lichte europäischer Regulierung):

Der Handel mit ETFs unterscheidet sich strukturell vom Handel mit klassischen Aktien, insbesondere durch den sogenannten Creation- und Redemption-Prozess, bei dem ETF-Anteile in großen Blöcken („Creation Units“) durch Authorized Participants geschaffen oder zurückgegeben werden. In der Praxis verkaufen viele Market Maker ETF-Anteile

zunächst leer, um ihre Arbitragegeschäfte effizient durchzuführen - sowohl gedeckt als auch ungedeckt.

Dieser systematische „Pre-Sale“ birgt spezifische Risiken, insbesondere im Zusammenhang mit Settlement Fails, also Abwicklungsverzögerungen oder -ausfällen. In mehreren Berichten der ESMA (European Securities and Markets Authority), wie dem

- „Report to the European Commission on CSDR - Internalised Settlement“
- und den regelmäßig erscheinenden „Trends, Risks and Vulnerabilities“-Berichten, werden diese Phänomene analysiert und in regulatorische Entwicklungen eingebettet. Die europäische Leerverkaufsverordnung (Short Selling Regulation, SSR) enthält zudem spezielle Ausnahmen für Market Maker, die unter bestimmten Bedingungen auch ungedeckte Leerverkäufe tätigen dürfen.

Aufgabenstellung: Rechercheaufgabe:

- Lesen Sie den aktuellen ESMA-Report „CSDR - Internalised Settlement“ sowie einen „Trends, Risks and Vulnerabilities“-Bericht Ihrer Wahl.
 - a) Fassen Sie die wesentlichen Aussagen zu Settlement Fails im ETF-Markt zusammen.
 - b) Welche Ursachen für diese Settlement Fails werden dort genannt?
 - c) Inwiefern unterscheidet sich das Verhalten von Market Makern bei ETFs gegenüber klassischen Aktien?
- Marktstruktur und Strategie:
 - a) Erklären Sie, warum Market Maker ETFs häufig zunächst leerverkaufen - selbst ohne gesicherte Deckung.
 - b) Welche Vorteile entstehen daraus für den Markt, und welche Risiken für die Marktstabilität?
 - c) Welche Rolle spielt dabei die Blockstruktur von ETF-Creation-Units?
- Ordnungspolitische Analyse:
 - a) Informieren Sie sich über die Ausnahmeregelungen für Market Maker gemäß Artikel 17 der EU-Leerverkaufsverordnung (EU Nr. 236/2012).
 - b) Welche Bedingungen müssen Market Maker erfüllen, um diese Ausnahmen in Anspruch nehmen zu dürfen?
 - c) Diskutieren Sie kritisch: Halten Sie diese Ausnahmen angesichts der dokumentierten Settlement-Probleme im ETF-Markt für gerechtfertigt?
- Eigene Investition:
 - a) Gesetzt der Fall, Sie haben einen ETF-Anteil erworben und bei Ihrem Kauf geschieht ein settlement fail - wie bekommen Sie heraus, dass dies geschehen ist und wann Sie letztlich den ETF-Anteil erhalten haben oder er noch aussteht?
 - b) Wie würden Sie herausbekommen, wenn Ihr ETF-Anteil an eine dritte Partei zwecks Leerverkauf verliehen wurde?