

Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

-5. Blatt (das vierte Blatt ist der lange Zettel)-

Prof. Dr. K. Wingberg
J. Bartels

SS 2007
Zettel für die Zentralübung Mittwoch 23. Mai 2007

1 . Aufgabe :

- a) Das Produkt zweier aufeinander folgender Zahlen $\neq 0$ ist niemals eine Quadratzahl.
- b) Das Produkt dreier aufeinander folgender Zahlen $\neq 0$ ist niemals eine Quadratzahl.
- c) Das Produkt vierer aufeinander folgender Zahlen $\neq 0$ ist niemals eine Quadratzahl.

2 . Aufgabe :

Finde alle rationalen Lösungen der Gleichung

$$x^2 + 3y^2 = 1.$$

3 . Aufgabe :

- a) Finde alle ganzen positiven Zahlen n, a mit

$$5^n = a^2$$

- b) Desgleichen mit

$$5^n = a^2 - 1.$$

- c) Desgleichen mit

$$5^n = a^2 - 2.$$

4 . Aufgabe :

Was ist der minimale positive Wert von

$$12^m - 5^n \text{ für } m, n \in \mathbb{N}?$$

5 . Aufgabe :

Finde alle ganzen Zahlen a, b derart, daß $a^4 + (a + b)^4 + b^4$ eine Quadratzahl ist.