

# Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

-5. Blatt-

Prof. Dr. K. Wingberg  
J. Bartels

SS 2007  
abzugeben bis Dienstag, den 29. Mai 2007 um elf Uhr

<http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~bartels/Uebungen.htm>

Übungsleiter:

<i>Aufgabe</i>	1	2	3	4	$\Sigma$
<i>Punkte</i>					

---

## 1 . Aufgabe (6 Punkte):

a) Finde alle rationalen Zahlen, für die gilt:

$$x^2 + 3y^2 = 1.$$

b) Finde alle positiven ganzen Zahlen  $x, y$ , für die gilt:

$$x^y = y^x$$

## 2 . Aufgabe (6 Punkte):

a) Finde alle ganze Zahlen  $x, y$ , so daß

$$y^2 = x^3 + 16 \text{ gilt.}$$

b) Finde alle Zahlen mit

$$y^2 = x^3 - 3x + 2.$$

## 3 . Aufgabe (6 Punkte):

Jede ganze Zahl läßt sich auf unendlich vielen verschiedenen Weisen als Summe von 5 Kuben ganzer Zahlen schreiben.

Hinweis: Jede durch sechs teilbare Zahl schreibt man als Summe von 4 Kuben.

Anschließend guckt man sich die Kuben modulo 6 an.

## 4 . Aufgabe (6 Punkte):

Finde alle Primzahlen  $p, q$  und ganzen Zahlen  $r, s \geq 2$ , für die

$$|p^r - q^s| = 1 \text{ gilt.}$$