

# Übungen zur Linearen Algebra

-5. Blatt-

Prof. Dr. K. Wingberg  
J. Bartels

WS 2007/2008  
abzugeben bis Dienstag, den 27. November 2007 um 9:30 Uhr

<http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~bartels/LA>

Name: /name/

Matrikelnummer: /nr/

Übungsleiter: /uebleiter/

Man achte auf eine saubere Darstellung und eine ordentliche Schrift. Bitte keine maschinell erstellten Lösungen abgeben.

Aufgabe	1	2	3	4	$\Sigma$
Punkte					

---

## 1 . Aufgabe (6 Punkte):

Es seien zwei natürliche Zahlen  $k \leq n$  gegeben und  $p$  eine Primzahl.

- Zeigen Sie: Ein Vektorraum  $V$  der Dimension  $n$  über dem endlichen Körper  $\mathbb{F}_p$  hat  $p^n$  Elemente.
- Wieviele Systeme (d.h. Teilmengen) von  $k$  linear unabhängigen Vektoren kann man in  $V$  auswählen?
- Wieviele  $k$ -dimensionale Unterräume gibt es in  $V$ ?

## 2 . Aufgabe (6 Punkte):

Es seien  $E, F, G$  Untervektorräume eines  $K$ -Vektorraums  $V$ . Man zeige:

- Gilt  $F \subseteq G$ ,  $F \cap E = G \cap E$  und  $E + F = E + G$ , dann ist  $F = G$ .

b)

$$E \cap (F + G) = (E \cap F) + (E \cap G)$$

c)

$$E \cap (F + (E \cap G)) = (E \cap F) + (E \cap G).$$

**3 . Aufgabe (6 Punkte):**

Man bestimme den Rang der folgenden Matrizen mithilfe des in der Vorlesung durchgeführten Verfahrens.

a)

$$\begin{pmatrix} 190 & /nr2/ & /nr3/ \\ /nr1/ & 190 & /nr6/ \\ /nr5/ & /nr4/ & 190 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 2 & /1/ & /5/ & 2 \\ /3/ & /2/ & /4/ & /3/ \\ /4/ & /5/ & /1/ & /2/ \\ 2 & /6/ & /7/ & 2 \end{pmatrix}$$

c)

$$\begin{pmatrix} 1 & /1/ & 2 & /2/ \\ 3 & /3/ & 4 & /4/ \\ 5 & /5/ & 6 & /6/ \end{pmatrix}$$

**4 . Aufgabe (6 Punkte):**

Im Vektorraum  $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$  sei die Menge  $\{f_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |(x - \alpha)|; \alpha \in \mathbb{R}\}$  gegeben. Man zeige: Für endliche Teilmengen  $A \subset \mathbb{R}$  besteht die Menge  $\{f_\alpha | \alpha \in A\}$  aus  $|A|$  linear unabhängigen Vektoren, wobei  $|A|$  für die Anzahl der Elemente in der Menge stehe.