Seminarankündigung - die Catalansche Vermutung

Prof. Dr. K. Wingberg
J. Bartels

für das Wintersemester 2007/2008

Wir schreiben das Jahr 1844, als im Crelleschen Journal die folgende Notiz von C. Catalan zu lesen war:

Ich bitte Euch, mein Herr, in ihrer Zeitschrift das folgende Theorem aufzuführen, an dessen Richtigkeit ich glaube, gleichwohl ich noch nicht imstande war, es vollständig zu beweisen - andere werden wohl vielleicht erfolgreicher dabei sein:

Zwei aufeinander folgende Zahlen, welche nicht 8 und 9 sind, können niemals echte Potenzen sein, anders gesagt: die Gleichung

$$x^p - y^q = 1,$$

deren Unbekannte positive ganze Zahlen sein mögen, hat nur eine Lösung.

Gleichbedeutend damit ist die Aussage, daß in der Folge der echten Potenzen aus den natürlichen Zahlen

1, 4, 8, 9, 16, 25, 27, 32, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 125, 128, 144, 169, 196, ...

einzig und allein die 8 und die 9 aufeinander folgende Zahlen sind.

Vierzig Jahre später war man nicht viel klüger geworden. Einzig eine Arbeit von V.A. Lebesgue hatte den Fall $q = 2$ vollständig gezeigt. Indes schrieb C. Catalan enttäuscht in einem Brief:

Nach etwa einem Jahr der Suche nach einem Beweis, welcher mir immer wieder entwichte, hatte ich diese ermüdende Suche eingestellt.

Es dauerte bis in die Mitte des 20. Jahrhunderts, bis es wieder Fortschritte gab. Viele Leute wagten sich erfolgreich an diverse Spezialfälle heran.

Der Durchbruch gelang allerdings erst in jüngster Vergangenheit, als Preda Mihailescu im Jahr 2004 in seinem Artikel „*Primary cyclotomic units and a proof of Catalans conjecture*“ aus der Vermutung einen Satz machte.

Wir möchten im kommenden Semester uns an das Unterfangen machen, ebendiesen Beweis nachzuvollziehen. Dabei können wir auf reichlich Literatur zurückgreifen. Grundkenntnisse in Algebraischer Zahlentheorie, also daß Begriffe wie „Pellsche Gleichung“, „Dirichletscher Einheitensatz“, „Hensels Lemma“, „Hilbert 90“ und „Dirichletsche L-Reihen“ keine Fremdwörter sind, ist Voraussetzung für die erfolgreiche Teilnahme am Seminar.

Interessenten können sich direkt melden:

bartels@mathi.uni-heidelberg.de

gez.: J. Bartels.