

Seminar
Träume Fermat von rationalen Punkten?

Wintersemester 2014/15

Ort: HS 3 **Zeit:** 14 Uhr c.t. **Begin:** 16.10.2014

Inhalt

In diesem Seminar beschäftigen wir uns mit der Frage, welche rationalen Punkte es auf elliptischen Kurven und Quadriken gibt: existieren Lösungen $(x, y) \in \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ von Gleichungen der Form $y^2 = ax^3 + bx^2 + cx + d$ bzw. $ax^2 + by^2 = 1$, wobei $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$?

Fragestellungen dieser Art tauchten bereits in der Antike auf und sind unter anderem in der *Arithmetica* des griechischen Mathematikers Diophantus niedergeschrieben, wie etwa die Frage, ob der Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks mit ganzzahligen Seitenlängen ein Quadrat ist. Pierre de Fermat (1601-1665, eigentlich Anwalt) studierte die *Arithmetica*, und seine Aufzeichnungen lieferten nachkommenden Mathematikern viele neue Erkenntnisse und Fragen, wie z.B. Fermats letzter Satz, der erst in den 90er Jahren des letzten Jahrhunderts vollständig bewiesen werden konnte.

Das Seminar orientiert sich am Buch "Fermat's Dream" von K. Kato et al, von dem wir die ersten zwei Kapitel behandeln werden. Unter anderem werden uns folgenden Themengebiete über den Weg laufen: Elliptische Kurven, (ebene) Quadriken, Quadratisches Reziprozitätsgesetz, p -adische Zahlen, Hasse Prinzip. Dabei liegt der Schwerpunkt aber eher auf konkreten Rechnungen und Beispielen, aus denen sich erst später in der Entwicklung der Mathematik eine allgemeine Theorie herausgebildet hat. Insbesondere soll das Seminar auch einen guten Einstieg in die moderne Zahlentheorie / arithmetische Geometrie liefern.

K. Kato ist einer der bedeutendsten zeitgenössischen Mathematiker und bekannt dafür seinen unterhaltensamen Vortragsstil, der sich auch in diesem Buch wiederfindet.

Voraussetzungen

Lineare Algebra I und II. Es wird das parallele Hören von Algebra 1 dringend empfohlen.

Vorbesprechung

Eine Vorbesprechung mit Vortragsverteilung findet am Dienstag, dem 22.7.2014, um 13 Uhr in HS 3 statt.

Kontakt

Andreas Riedel

INF 288, Zimmer 221

email: ariedel@mathi.uni-heidelberg.de

webseite: <http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~ariedel/rational>.

- Literatur:** [1] K. Kato, N. Kurokawa, T. Saito, *Number Theory 1, Fermat's Dream*, 1996,
[2] J. Silverman, J. Tate, *Rational Points on Elliptic Curves*, 1992,
[3] A. Schmidt, *Einführung in die algebraische Zahlentheorie*, 2007.