**Universität Heidelberg**
Mathematisches Institut

Dr. Andreas Riedel

Seminar

# Lokale Klassenkörpertheorie : kohomologischer Zugang

Sommersemester 2016

---

**Ort**: HS 3 **Zeit**: 14 Uhr c.t. **Begin**: 14.04.2016

---

**Vortragsliste zum Seminar:** Im folgenden beziehen sich alle Angaben auf das Buch [1]. Die Einteilung der Vorträge erfolgt im Wesentlichen nach den Paragraphen des Buches. Da wir auf jeden Fall den Hauptsatz der lokalen Klassenkörpertheorie (so knapp wie möglich fomuliert: $\mathrm{Gal}(L/K)^{\mathrm{ab}} \cong K^\times/N_{L/K}L^\times$ für eine endliche normale Erweiterung $L/K$ von lokalen Körpern) zeigen wollen, müssen in den Vorträgen evtl. einige Ergebnisse ohne Beweis präsentiert werden. Darüber werden wir in der Vorbereitung dann aber im einzelnen diskutieren.

**1. $G$-Moduln (S. 3-11)** Definition von $G$-Moduln und verschiedene funktorielle Eigenschaften derselben.

**2. Kohomologiegruppen (S. 11-20)** Definition der Gruppenkohomologie, (Tate)-Kohomologiegruppen, explizite Beschreibung in kleinen Graden.

**3. Lange exakte Kohomologiesequenz (S. 20-32)** Lange exakte Sequenz der Kohomologie, Verbindungshomomorphismus, Vorzeichenprobleme, induzierte Moduln,Technik des Dimensionsshift und Beschreibung von $G^{\mathrm{ab}}$.

**4. Inflation, Restriktion und Korestriktion(S. 32-42)** Weitere funktorielle Eigenschaften in der Bildung der Gruppenkohomologie, $\mathrm{cor} \circ \mathrm{res} = (G : H) \cdot \mathrm{id}$ für $H \leq G$, $p$-primäres Verhalten.

**5. Shapiros Lemma und das Cup-Produkt (S. 43-51)** Allgemeinere induzierte Moduln und Shapiros Lemma, Definition der Cup-Produktpaarung und Kompatibilität derselben mit vorherigen Konstruktionen.

**6. Kohomologie zyklischer Gruppen und Satz von Tate (S. 51-60)** Herbrand Quotient und Anwendung auf zyklische Gruppen, Satz von Tate.

**7. Abstrakte Klassenkörpertheorie (S. 63-72 oben)** Klassenformationen, Invariantenabbildung, Fundamentalklasse, Reziprozitätsgesetz und Normrestsymbol.

**8. Funktorielle Eigenschaften und Galoiskohomologie (S. 72-78)** Funktorielle Kompatibilität des Normrestsymbols, Universelles Normrestsymbol, Satz von Hilbert-Noether, Brauergruppe.

**9. Anwendung auf $p$-adische Zahlkörper (S. 79-88)** Wiederholung einiger Eigenschaften von $p$-adischen Zahlkörpern, die Klassenformation unverzweigter Erweiterungen, explizite Berechnung des Normrestsymbols im unverzweigten Fall.

**10. Reziprozitätsgesetz und Existenzsatz (S. 89-97)** Beweis des lokalen Reziprozitätsgesetzes, Charaktierisierung der offenen Untergruppen von endlichem Index von $K^\times$.

(bitte wenden)

**Kontakt:**

Andreas Riedel
INF 288, Zimmer 221
email: ariedel@mathi.uni-heidelberg.de

**Literatur:**

[1] J. Neukirch, *Class Field Theory : The Bonn Lectures*, 2015,
[2] J.P. Serre, *Galois Cohomology*, 1997,
[3] J. Neukirch, *Algebraische Zahlentheorie*, 2007,
[4] J.S. Milne, *Class Field Theory*, 2013.