

Dr. O. Venjakob

# Zyklotomische Körper und $p$ -adische $L$ -Funktionen

Vorlesung

**Beginn:** 13.10.03

**Raum:** M HS 5

**Zeit:** Mo. 14 -16 Uhr

**Vorkenntnisse:** Algebra, vor allem Galoistheorie

**Inhalt:** Das Ziel dieser Vorlesung besteht darin, StudentInnen mit guten Algebra-Kenntnissen einen Einblick in und vor allem Ausblick auf einen modernen Teilbereich der algebraischen Zahlentheorie zu geben und die Verbindungen etwa zur komplexen Analysis aufzuzeigen (Die Idee dabei ist, sich nicht zu lange im Basislager aufzuhalten, sondern in einem Steilkurs (allerdings mit der Seilbahn) schnell zu Gipfelerlebnissen zu kommen, um so einen Eindruck von der Schönheit und Vielfalt der Zahlentheorie zu erhalten). Als Ausgangspunkt soll die analytische Klassenzahlformel (und die in ihr auftretenden Objekte) ausführlich diskutiert werden, die spezielle Werte von komplexen  $\zeta$ -Funktionen (oder allgemeiner Dirichletschen  $L$ -Funktionen) eines Zahlkörpers  $K$ , d.h. einer endlichen Körpererweiterung von  $\mathbb{Q}$ , mit arithmetischen Invarianten von  $K$  wie der Klassenzahl, dem Regulator oder den Einheitswurzeln in  $K$  in Verbindung setzt. Anschließend sollen die sogenannten Kummer-Kongruenzen behandelt werden, die es ermöglichen, die Werte der Riemannschen  $\zeta$ -Funktion an den negativen ganzen Zahlen  $p$ -adisch zu interpolieren. Dies führt zu der Konstruktion  $p$ -adischer  $\zeta$ - bzw.  $L$ -Funktionen. Das Ziel der Iwasawa-Theorie ist nun, in Verallgemeinerung der Klassenzahlformel letztere Funktionen mit der Galois-Modul-Struktur der Idealklassengruppen zyklotomischer Körper  $\mathbb{Q}(\zeta_m)$  in Verbindung zu bringen. Das faszinierende Zusammenspiel von komplexer sowie  $p$ -adischer Analysis und algebraischer Zahlentheorie macht den Reiz dieser Theorie aus.

## Literatur

L. C. Washington, *Introduction to Cyclotomic fields*, Springer.

S. Lang, *Cyclotomic fields I*, Springer.

S. Lang, *Cyclotomic fields II*, Springer.