

AG Venjakob

Hauptseminar Arithmetische Geometrie
SomSem 2017

De Rham Witt-Komplex und kristalline Kohomologie

Zeit: Donnerstag 11:15 **Ort:** INF 205 / SR 4

Das Ziel des Seminars besteht darin, für Schemata X über $\mathbb{F}_p$ den de Rham Witt-Komplex $W_\bullet \Omega_X^\bullet$ als universelles Objekt in der Kategorie von bezüglich der Verschiebung V projektiven Systemen von Garben differential graduierter Algebren einzuführen, den Vergleichsisomorphismus zwischen seiner Hyperkohomologie und kristalliner Kohomologie

$$\mathbb{H}^\bullet(X, W_n \Omega_X^\bullet) \cong H_{cris}^\bullet(X/W_n)$$

zu beweisen sowie das folgende Hauptresultat zu zeigen:

Die Frobenius-äquivalente Spektralsequenz des Anstiegs

$$E_1^{ij} = H^j(X, W\Omega^j) \Rightarrow H^{i+j}(X/W)$$

degeneriert modulo Torsion und induziert einen Isomorphismus von F -Isokristallen

$$H^j(X, W\Omega^j) \otimes_W K \cong (H^{i+j}(X/W) \otimes_W K)_{[i, i+1]}.$$

Der Aufbau des Seminars folgt dem Übersichtsartikel [Chamb], die Details finden sich in der Regel in [Ill].

Für jeden der folgenden Vorträge (außer dem ersten) stehen 2 Einheiten a 90 Minuten zur Verfügung, bei mehr Interessenten als Vorträgen können sie natürlich aufgeteilt werden.

Vorträge

1. **Einleitung und Themenvergabe** (Otmar Venjakob), [Chamb, I§1, I 3.1]
2. **Witt-Vektoren** Dieser Vortrag, der auch für Masterstudenten geeignet ist, soll die p -typischen Witt-Vektoren auf zwei Weisen einführen: zum einen nach [Ill, §1] (vgl. auch [Chamb, I 3.2.1] und evtl. Serre, Local fields), zum anderen nach Cuntz-Deninger [CD].
3. **Kristalline Kohomologie** Alles aus [Chamb, I.2], siehe auch [Ill, §3] und die Referenzen [33], [34] darin. Evtl. eine kurze Wiederholung zu *Topos*.

4. **De Rham-Witt Komplex** Alles aus [Chamb, I 3.2.2, 3.3, 3.4], möglichst vollständige Beweise dazu aus [Ill, I.1, I.2] speziell Thm. I.1.3, Thm. I.2.5, wenn möglich auch die Abschnitte E und F; Cartier-Operator aus §2 soweit benötigt
5. **Vergleich mit kristalliner Kohomologie** Alles aus [Chamb, 4], [Ill, II. 1], möglichst auch die Endlichkeitssätze [Ill, II.2]
6. **Spektralsequenz der Steigungen** Alles aus [Chamb, II], [Ill, II.3, II.4] Theoreme 3.2, Cor. 3.5, Thm. 3.7

Wenn noch Zeit bleibt, können weitere Anwendungen [Ill, II.5/6/7] besprochen werden.

References

- [Ill] L. Illusie *Complexe de de Rham-Witt et cohomologie cristalline.* (French) Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) 12 (1979), no. 4, 501–661.
- [Chamb] A. Chambert-Loir. *Cohomologie cristalline: un survol.* 1998. <http://perso.univ-rennes1.fr/antoine.chambert-loir/publications.html>.
- [CD] Cuntz und C. Deninger. *An alternative to Witt vectors* <https://arxiv.org/abs/1311.2774v1>