

Prof. Dr. Otmar Venjakob

Dr. Malte Witte

Hauptseminar Arithmetische Geometrie  
SS 2016

## Höhere Chern-Klassen in der Iwasawa-Theorie

**Zeit:** Donnerstag 11:15 **Ort:** INF 205 / SR 4

Das Ziel des Seminars besteht darin, nach [BCGKPST] höhere Chern-Klassen  $c_m(M)$  von Iwasawa-Moduln  $M$  bzw. -Komplexen einzuführen und folgendes Hauptresultat zu zeigen: Sei  $E$  ein imaginärquadratischer Grundkörper, in dem sich die Primzahl  $p$  in zwei Primideale  $\mathfrak{p}$  und  $\bar{\mathfrak{p}}$  zerlegt. Dann gilt:

$$c_2^{an} = c_2(X^\psi) + c_2((X^{\omega\psi^{-1}})^\iota(1)).$$

Hierbei ist  $c_2^{an}$  eine höhere analytische Invariante, die mittels des Steinberg-Symbols

$$\{\mathcal{L}_{\mathfrak{p},\psi}, \mathcal{L}_{\bar{\mathfrak{p}},\psi}\} \in K_2$$

der Katz'schen  $p$ -adischen  $L$ -Funktionen  $\mathcal{L}_{\mathfrak{p},\psi}$  und  $\mathcal{L}_{\bar{\mathfrak{p}},\psi}$  definiert wird, während  $X$  einen geeigneten unverzweigten Iwasawa-Modul bezeichnet,  $X^\chi$  die Komponenten gemäß eines Charakters  $\chi$ ,  $-\iota$  die mittels der Involution  $g \mapsto g^{-1}$  modifizierte Galois-Aktion und  $-(1)$  den ersten Tate-Twist.

### Vorträge

- §2, S. 7-13, Chern-Klassen und charakteristische Symbole, zahmes Symbol, Gersten-Vermutung
- u. 3. §3, S. 13-17, (Katz'sche)  $p$ -adische  $L$ -Funktionen, Iwasawa-Hauptvermutung in einer und zwei Variablen für  $E$ , Greenberg-Vermutung  
je nach Interesse und Bedarf kann und soll hier mehr Hintergrundwissen über die Katz'schen  $p$ -adischen  $L$ -Funktionen und Rubins Hauptvermutung (einschließlich der Aussage, die sich im ersten Satz des Beweises von Theorem 5.2.5 findet) aufbereitet werden, als im Artikel selbst zu finden ist.
- Appendix A, S. 38-43, Ext-Gruppen und Iwasawa-Adjunkte, Dimensionstheorie von Iwasawa-Moduln  
Definition von  $E_\Lambda^i(M)$  von S. 17, dann Appendix, angereichert um die Referenzen [21,22,34,35]. Vergleiche auch [V] für eine allgemeine Dimensionstheorie.
- §4.1, S. 17-23, Unverzweigte Iwasawa-Moduln

6. §4.2/3 und §5.1, S. 23-29, Spiegelungstheoreme in der Iwasawa-Theorie - der Fall einer Variablen
7. §5.2, S. 29-35, Spiegelungstheoreme in der Iwasawa-Theorie - der Fall von zwei Variablen - und das Hauptergebnis
8. §5.3 und §6, S.33-38, Verallgemeinerung auf andere Grundkörper sowie auf ein nicht-kommutatives Setting.

Der 8. Vortrag kann notfalls weggelassen werden, auch wenn dies im Hinblick auf unsere Forschungsprojekte besonders interessant sein könnte. Sollten wir nicht genügend Vortragende finden, kann 2./3. auch zu einem Vortrag zusammengelegt werden. Für jeden Vortrag gibt es ca. 1.5 Sitzungen. Die Referenzen mit Zahlen verweisen auf das Literaturverzeichnis von [BCGKPST], die anderen siehe unten.

## References

- [BCGKPST] F. M. Bleher, T. Chinburg, R. Greenberg, M. Kakde, G. Pappas, R. Sharifi and M. J. Taylor: *Higher Chern classes in Iwasawa theory*. arXiv:1512.00273v2
- [V] O. Venjakob: *On the structure theory of the Iwasawa algebra of a  $p$ -adic Lie group*, <https://www.mathi.uni-heidelberg.de/~otmar/papervenjakob/auslander.pdf>, J. Eur. Math. Soc. (JEMS) 4 (2002), no. 3, 271–311.