Errata für:

Alexander Schmidt: Einführung in die algebraische Zahlentheorie

Diese Datei listet bekannte Fehler auf und gibt zusätzliche erklärende Kommentare. Sollten Sie einen Fehler (auch typographisch) gefunden haben, der unten nicht aufgelistet ist, so schicken Sie mir bitte eine email.

Seite VII, Zeile -7 (gefunden von D. Lauer) ersetze ‚Anspruch, hat tiefer' durch ‚Anspruch hat, tiefer'

Seite 12, Zeile 17: (gefunden von M. Aichem) streiche das zweite ‚ist'.

Seite 13, Zeile 4: (gefunden von D. Vogel) ergänze ‚Zahl p ist' zu ‚Zahl $p \geq 2$ ist'

Seite 28, Zeile 19: (Hinweis von D. Vogel) ersetze ‚Da sich das Legendre-Symbol nicht ändert, wenn wir a um ein Quadrat abändern ... ' durch ‚Da sich das Legendre-Symbol $\left(\frac{a}{p}\right)$ höchstens für endlich viele Primzahlen p ändert, wenn wir a um ein Quadrat abändern ... '

Seite 28, Zeile -5: (gefunden von B. Böhme) ersetze ‚ℓ_i kongruent 1 modulo 4' durch ‚ℓ_i kongruent -1 modulo 4'

Seite 29, Zeile 14: (Hinweis von D. Vogel) Satz 2.4.1 wurde zuerst von Euler bewiesen, und in zwei Briefen an Goldbach festgehalten (Brief vom 6.5.1747, Brief vom 12.4.1749). Lagrange's Beweis stammt von 1770, also hat Euler hier Priorität und sollte anstelle von Lagrange genannt werden.

Seite 29, Zeile -10: (gefunden von U. Görtz) ergänze ‚Zahlen mit' zu ‚Zahlen > 1 mit'

Seite 33, Zeile 9: (gefunden von U. Görtz) ersetze ‚$(**)$' durch ‚$(*)$'

Seite 37, Zeile 1: (gefunden von K. Bacho) ersetze ‚$x_i^{(i)}$' durch ‚$x_1^{(i)}$'

Seite 37, Zeile 14: (gefunden von D. Vogel) Streiche das zweite Komma nach ‚Angenommen'

Seite 38, Zeile -12: (gefunden von K. Bacho) die Substitution ist $X_i \to X_i - aX_j$

Seite 39, Zeile -19: (gefunden von K. Bacho und D. Vogel) ‚Mit Hilfe des analogen Prozesses ... '. Das ist so zu interpretieren: Wir führen den analogen Prozess aus, um die erste Zeile aufzuräumen. Wenn uns dabei durch eine Spaltenvertauschung die erste Spalte „kaputtgeht", kehren wir zurück und räumen wieder die erste Spalte auf. Da sich der Absolutwert links oben jedes mal verringert, bricht der Prozess irgendwann erfolgreich ab.

Seite 51, Zeile 14: (Hinweis von U. Hartl) Ergänze nach 'wenn': 'er nicht der Nullring ist und'.

Seite 53, Zeile 20: (gefunden von S. Kook) streiche das Wort ‚entweder'

Seite 62, Zeile -10: (gefunden von J. Seitz) korrigiere ‚$z = \frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta i}$' zu ‚$z = \frac{\alpha+\beta i}{\alpha-\beta i}$'

Seite 75, Zeile 20: (gefunden von D. Lauer) ersetze ‚$\frac{m}{d}$' durch ‚$\frac{n}{d}$'

Seite 76, Zeile -11: (gefunden von Ch. Hartmann) ergänze ‚ein' vor ‚eindeutig bestimmtes ... '

Seite 79, Zeile 16: (gefunden von K. Bacho) ‚Folglich ist ζ eine Nullstelle modulo p von $g(X)^p \equiv g(X^p)$ ... '. Dem kann man zumindest auf dem Niveau dieses Buches keinen Sinn geben. Die Begründung der Behauptung sollte durch folgende ersetzt werden:

Angenommen $f(\zeta^p) \neq 0$, also $g(\zeta^p) = 0$, d.h. ζ ist Nullstelle von $g(X^p)$. Da f das Minimalpolynom von ζ ist, folgt $g(X^p) = h \cdot f$ mit $h \in \mathbb{Z}[X]$ normiert. Für die Bilder in $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}[X]$ folgt $\overline{h} \cdot \overline{f} = \overline{g}(X^p) = \overline{g}(X)^p$. Daher sind $\overline{f}$ und $\overline{g}$ nicht teilerfremd in $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}[X]$, weshalb $\overline{\Phi}_n = \overline{f} \cdot \overline{g}$ nicht separabel in $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}[X]$ ist. Aber $\overline{\Phi}_n$ teilt das nach Lemma 5.4.11 separable Polynom $X^n - 1 \in \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}[X]$. Dieser Widerspruch zeigt die Behauptung.

Seite 82, Zeile 15: (gefunden von Ch. Hartmann) ersetze ‚von Grad' durch ‚vom Grad'

Seite 85, Zeile -16: (gefunden von M. Rehberg) korrigiere ‚$(1+\sqrt{-5})(1+\sqrt{-5})$' zu ‚$(1+\sqrt{-5})(1-\sqrt{-5})$'

Seite 88, Zeile 1: (gefunden von K. Wingberg) ersetze ‚$\subset$' durch ‚$\supset$' und eine Zeile tiefer andersherum

Seite 88, Zeile -4: (gefunden von B. Nguyen) ersetze ‚also auch' durch ‚als auch'

Seite 91, Zeile -16: (gefunden von Ch. Hartmann) ersetze ‚Primzahl (p)' durch ‚Primzahl p'

Seite 96, Zeile 13: (gefunden von B. Nguyen) ersetze ‚$\mathfrak{a} = \prod_{\mathfrak{p}} \mathfrak{p}^{e_p}$' durch ‚$\mathfrak{a} = \prod_{\mathfrak{p}} \mathfrak{p}^{e_{\mathfrak{p}}}$'

Seite 98, Zeile 15: (gefunden von Ch. Hartmann) ersetze ‚mehr' durch ‚mindestens so viele' und in derselben Zeile ‚als' durch ‚wie'

Seite 100, Zeilen -4 und -3: (gefunden von Ch. Hartmann) ersetze ‚lineares Polynom' durch ‚Polynom vom Grad ≤ 1. Entsprechend auch Seite 101 Zeile 6.

Seite 108, Zeile -2: (gefunden von B. Nguyen) ersetze ‚sind folgt, ' durch ‚sind, folgt '

Seite 109, Zeile -2: (gefunden von K. Wingberg) ersetze ‚$\sum\limits_{\gamma\in\Gamma}(M-\gamma)\cap\frac{1}{2}X$' durch ‚$\sum\limits_{\gamma\in\Gamma} I((M-\gamma)\cap\frac{1}{2}X)$'.

Seite 113, Zeile -8: (gefunden von Ch. Hartmann) streiche ‚in'

Seite 115, Zeile -16: (gefunden von K. Wingberg) ersetze ‚M_1' durch ‚M_{i+1}'

Seite 118, Zeile 16: (gefunden von Ch. Hartmann) streiche ‚anderen'

Seite 139, Zeile 1: (gefunden von D. Lauer) Es ist $a \mapsto e^{a(x-y)2\pi i/p}$ kein Dirichlet-Charakter. Daher muss man hier anders argumentieren. Z.B. erhält man aus der bekannten Formel $\sum_{i=0}^{n-1} t^i = (t^n - 1)/(t-1)$ für $x \neq y$ die Gleichung

$$\sum_{a=1}^{p} e^{a(x-y)2\pi i/p} = \sum_{a=0}^{p-1} (e^{(x-y)2\pi i/p})^a = \frac{e^{(x-y)2\pi i} - 1}{e^{(x-y)2\pi i/p} - 1} = 0,$$

während für $x = y$ die Gleichung $\sum_{a=1}^{p} e^{a(x-y)2\pi i/p} = \sum_{a=1}^{p} 1 = p$ trivial ist.

Seite 156, Zeilen -13 und -12: (Hinweis von B. Richter) ersetze jeweils ‚$\subset$' durch ‚$\supset$'.

Seite 157, Zeilen 7–13: (Hinweise von B. Richter und H. Voß) ersetze ‚$\bar{K}(0, p^a) = p^a \cdot \bar{K}(0, 1)$' durch ‚$\bar{K}(0, p^a) = p^{-a} \cdot \bar{K}(0, 1)$', ‚$\bar{K}(p^a i, p^{a-1}) = p^a \cdot \bar{K}(i, p^{-1})$' durch ‚$\bar{K}(p^{-a} i, p^{a-1}) = p^{-a} \cdot \bar{K}(i, p^{-1})$', ‚$\bar{K}(0, p^a) = \sqcup_{i=0}^{p-1} \bar{K}(p^a i, p^{a-1})$' durch ‚$\bar{K}(0, p^a) = \sqcup_{i=0}^{p-1} \bar{K}(p^{-a} i, p^{a-1})$', ‚$\bar{K}(x, p^a) = \sqcup_{i=0}^{p-1} \bar{K}(x + p^a i, p^{a-1})$' durch ‚$\bar{K}(x, p^a) = \sqcup_{i=0}^{p-1} \bar{K}(x + p^{-a} i, p^{a-1})$', und schließlich setze $x_i = x + p^{-a} i$ für $i = 1, \dots, p-1$.

Seite 162, Zeile -8: (gefunden von Ch. Hartmann) ergänze ‚genau' zu ‚genau dann'

Seite 166, Zeile -2: (gefunden von Ch. Hartmann) Die Menge der gewählten Vertreter könnte auch endlich sein. Dann ist aber einer dieser Vertreter schon eine Lösung von (S) modulo p^m für beliebig großes m und damit eine Lösung in $\mathbb{Z}_p^r$.

Seite 175, Bemerkung: (um eventuelle Begriffsverwirrung beim Leser zu zerstreuen) Nach der hier gegebenen Definition von Bewertung ist der p-Betrag $|-|_p$ eine Bewertung, während die p-Bewertung $v_p(-)$ keine Bewertung ist. Die p-Bewertung $v_p(-)$ ist eine *additive* Bewertung, d.h. sie ist eine Funktion $v : K \to \mathbb{Z} \cup \{\infty\}$, welche die folgenden Axiome (i)–(iii) erfüllt:

(i) $v(x) = \infty \Leftrightarrow x = 0$, (ii) $v(xy) = v(x) + v(y)$, (iii) $v(x+y) \geq \min(v(x), v(y))$.

Aus einer additiven Bewertung v erhält man nach Wahl einer reellen Zahl $a > 1$ die („multiplikative“) Bewertung $|x| := a^{-v(x)}$.

Seite 176, Beweis von Satz 9.7.1: (gefunden von D. Lauer) Die Nummerierung der Fälle 1,2,3,4,4,5 ist in der offensichtlichen Weise zu korrigieren. Außerdem sollte im 4. Fall $p \neq q$ angenommen werden, ansonsten ist das Legendre-Symbol $(\frac{p}{q})$ nicht definiert. Der Fall (p, p) braucht wegen $(a, a) = (-1, a)$ (siehe 9.6.5 (v)) nicht extra behandelt zu werden. Aus dem gleichen Grund kann man auch den letzten Fall $(2, 2)$ weglassen.

Seite 188, Zeile -3: zwischen „$\dots$“ und „λ_n“ fehlt ein „+“.

letzte Aktualisierung: 19. Januar 2022