

# Gruppen von polynomialem Wachstum

## Hauptseminar im Sommersemester 2012.

Termin: Dienstags, 11 Uhr c.t. INF 288 HS 4 (erster Termin: 17.4.)

Im Sommersemester 2012 werden wir ein klassisches Resultat der geometrischen Gruppentheorie erarbeiten: eine endlich erzeugte Gruppe besitzt polynomiales Wachstum genau dann, wenn sie virtuell nilpotent ist. Dabei werden wir aber nicht auf den ursprünglichen Zugang von Gromov (1981) und Tits (1972) zurückgreifen, sondern aktuelle Arbeiten von Breuillard-Gelander (2007) und Kleiner (2010) benutzen, die die Grundlage einer effektiven Version von Gromovs Theorem bilden (Shalom-Tao, 2010). Abschliessend werden Beispiele endlich erzeugter Gruppen vorgestellt, für die die Tits-Alternative nicht gilt. Diese Gruppen besitzen also keine endlich dimensionale Darstellung mit unendlichem Bild (über einem beliebigen Körper).

Hier die Liste der Vortragsthemen. Vorträge 1 und 2 werden im Vorfeld per Email vergeben (schmidt@mathi), alle anderen dann auf der ersten Sitzung am 17.4.

## Vortragsthemen

1. Wortmetriken auf endlich erzeugten Gruppen, Wachstum in diskreten Gruppen, exponentielles Wachstum nicht-mittelbarer Gruppen, Wachstum auflösbarer und nilpotenter Gruppen, [T2], pp. 74-78.
2. Unbeschränkte Mengen in Integritätsringen, [BG], 9-14.
3. Ping-Pong Spiele in projektiven Räumen, [BG], 14-19.
4. Elemente der Darstellungstheorie, [BG], 19-25.
5. Die Tits-Alternative I, [BG], 25-31.
6. Die Tits-Alternative II, [BG], 31-38.
7. Harmonische Funktionen auf Graphen und die Poincaré-Ungleichung, [Kl], 817-822.
8. Gromovs Theorem (nach Kleiner), [Kl], 823-826.
9. Vergleich mit Gromovs Beweis, [Gr], 62-72.
10. Beispiele nichtlinearer Gruppen, [Gr2].

## References

- [B] E. BREUILLARD, Notes du cours Peccot (2006), 31pp., erhältlich unter <http://www.math.u-psud.fr/breuilla/cour.html>
- [BG] E. BREUILLARD, T. GELANDER, A topological Tits alternative, *Ann. Math.* 166 (2007), 427-474.
- [Gr] M. GROMOV, Groups of polynomial growth and expanding maps, *Publ. Math. IHES* 53, (1981), 53-73.
- [Gr2] M. GROMOV, Hyperbolic groups, in *Essays in group theory*, MSRI Publ. 8, Springer, (1987), 75-263
- [Kl] B. KLEINER, A new proof of Gromov's Theorem on groups of polynomial growth, *Jour. AMS* 23(3), (2010), 815-829.
- [ST] Y. SHALOM, T. TAO, A finitary version of Gromov's polynomial growth theorem, *Geom. Funct. Anal.* 20(6), (2010), 1502-1547.
- [T] J. TITS, Free subgroups in linear groups, *J. Alg.* 20, (1972), 250-270.
- [T2] J. TITS, Appendix to [Gr], *Publ. Math. IHES* 53, (1981), 74-78.