

Seminar Arithmetik von Funktionenkörpern

Seminar im Wintersemester 2013/14
Prof. Dr. A. Schmidt, K. Hübner

Inhalt

In der klassischen Zahlentheorie beschäftigt man sich mit Eigenschaften des Rings der ganzen Zahlen \mathbb{Z} . Betrachtet man stattdessen den Polynomring $\mathbb{F}[X]$ über einem endlichen Körper \mathbb{F} , so stellt man fest, dass dieser dem Ring der ganzen Zahlen sehr ähnlich ist. Beide sind euklidische Ringe, haben also eine eindeutige Primidealzerlegung. Außerdem ist der Restklassenkörper modulo eines maximalen Ideals endlich. Diese Analogie setzt sich fort, wenn man zu endlichen Erweiterungen des jeweiligen Quotientenkörpers (also \mathbb{Q} bzw. $\mathbb{F}(X)$) übergeht. In diesen Erweiterungskörpern K/\mathbb{Q} bzw. $K/\mathbb{F}(X)$ kann man ähnlich wie den Ring der ganzen Zahlen $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$ einen Ganzheitsring $\mathcal{O}_K \subseteq K$ definieren. In der Vorlesung Zahlentheorie wird der Zahlkörperfall (also K/\mathbb{Q}) behandelt. Parallel dazu entwickeln wir in diesem Seminar die analogen Konzepte im Funktionenkörperfall (also $K/\mathbb{F}(X)$). Wir werden sehen, dass viele Beweise für Funktionenkörper einfacher sind als für Zahlkörper. Am Ende werden wir das Gelernte zur Anwendung bringen und Artins Vermutung über primitive Wurzeln im Funktionenkörperfall beweisen. Im Zahlkörperfall ist diese Vermutung noch nicht bewiesen. Sie besagt, dass es für eine ganze Zahl $n \neq -1$, die kein Quadrat ist, unendlich viele Primzahlen p gibt, so dass $n \bmod p$ eine primitive Wurzel ist. Ganz allgemein ist es nicht ungewöhnlich, dass eine Vermutung bisher nur im Funktionenkörperfall bewiesen werden konnte, aber noch nicht im Zahlkörperfall. Ein prominentes Beispiel ist die Riemannsche Vermutung.

Teilnehmerkreis und Vorkenntnisse

Das Seminar richtet sich vornehmlich an Studentinnen und Studenten in den Studiengängen *Bachelor Mathematik* (ab dem 5. Semester) und *Master Mathematik*. Vorkenntnisse im Umfang der Vorlesung *Algebra I* werden vorausgesetzt. Allen, die planen, sich in den Bereichen Algebra, Zahlentheorie bzw. Algebraische Geometrie zu vertiefen ist dieses Seminar sehr zu empfehlen. Insbesondere für Hörer der *Algebraischen Zahlentheorie I* im Wintersemester bietet es sich an, parallel dazu dieses Seminar zu besuchen. Kenntnisse der algebraischen Zahlentheorie sind jedoch nicht zwingend erforderlich.

Zeit und Ort

Dienstags, 14 – 16 Uhr, INF 288, HS 1, erster Termin 15.10.2013

Anmeldung und Vortragsvergabe

bei der Vorbesprechung am Donnerstag, den 25.7.2013, 14 Uhr c.t., INF 288, HS 3.
Danach per Email an: Katharina Hübner
khuebner@mathi.uni-heidelberg.de,
<http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~khuebner/>,

Literatur

[Ro02] Michael Rosen, *Number Theory in Function Fields*, Springer 2002.