# $p$-adische $L$-Funktionen

Seminar Zahlentheorie
im Wintersemester 2022/23

## Inhalt

Unser Ausgangspunkt ist die Riemannsche Zetafunktion

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}.$$

für $s \in \mathbb{C}$ mit $Re(s) > 1$. Sie spielt insbesondere in der analytischen Zahlentheorie eine große Rolle und ist ein Spezialfall einer Dirichletschen $L$-Funktion

$$L(s, \chi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi(n)}{n^s}.$$

für einen Dirichletcharakter $\chi$, also eine multiplikative Funktion $\chi : (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times \to \mathbb{C}^\times$. Die $L$-Funktion kann zu einer meromorphen Funktion auf der ganzen komplexen Ebene fortgesetzt werden. Sie kodiert Informationen über die zyklotomische Erweiterung $\mathbb{Q}(\mu_n)/\mathbb{Q}$, insbesondere deren Klassenzahl.

Wir werden dann ein $p$-adisches Analogon $L_p(s, \chi)$ zur Dirichletschen $L$-Funktion definieren. Die Idee ist, die komplexe Ebene durch $\mathbb{C}_p$ zu ersetzen. Allerdings konvergiert die obige Summe nicht $p$-adisch. Es ist jedoch trotzdem möglich eine Funktion $L_p(s, \chi)$ zu konstruieren, die auf den negativen ganzen Zahlen mit $L(s, \chi)$ bis auf einen Eulerfaktor übereinstimmt. Die $p$-adische $L$-Funktion gibt uns neue Erkenntnisse über die Klassenzahl von $\mathbb{Q}(\mu_p)$.

### Vorkenntnisse

Zahlentheorie I
evtl. Funktionentheorie I

### Zeit

Dienstag, 9 – 11 Uhr

### Kontakt

Dr. Katharina Hübner, khuebner@mathi.uni-heidelberg.de
Es sind noch Vorträge zu vergeben, bei Interesse bei Katharina Hübner melden.