UNIVERSITÄT
HEIDELBERG
Zukunft. Seit 1386.

Prof. Dr. Markus Banagl
Institut für Mathematik
Im Neuenheimer Feld 205
69120 Heidelberg
Telefon (06221) 54-14211
E-Mail banagl@mathi.uni-heidelberg.de
Heidelberg, den 11. Juni 2025

DIFFERENTIALTOPOLOGIE II
ÜBUNGSAUFGABEN 9

DEADLINE: Mi. 25. Juni 2025, 15:00.

1. Es bezeichne $X \vee Y$ die 1-Punkt-Vereinigung zweier topologischer Räume X und Y. Berechnen Sie $H_*(S^2 \vee S^2 \vee S^4)$, $H_2(S^2 \times S^2)$ mit Hilfe von Zellkomplexen.
2. Es sei Σ_g eine geschlossene, orientierbare Fläche vom Geschlecht g. Berechnen Sie die Homologie von Σ_g.
   Hinweis: Verwenden Sie zelluläre Homologie. Um eine CW Struktur auf Σ_g zu erhalten, verwenden Sie, dass die Fläche durch Identifizieren von Paaren von Seiten eines regelmäßigen $4g$-Ecks erhalten werden kann.
3. Berechnen Sie die zelluläre Homologie von $\mathbb{R}P^n$ für beliebiges n. Finden Sie eine CW-Struktur für den komplexen projektiven Raum $\mathbb{C}P^n$ und verwenden Sie diese, um die Homologie $H_*(\mathbb{C}P^n)$ zu bestimmen.
4. Gegeben seien endlich erzeugte abelsche Gruppen $G_0, \ldots, G_n$ mit $G_0 \neq 0$ frei und G_n frei. Konstruieren Sie einen Raum X mit $H_i(X) \cong G_i$ für $i = 0, \ldots, n$.