

# Ausgewählte Kapitel aus der algebraischen Zahlentheorie

Seminar

**Beginn:** 16.04.02**Raum:** M HS 5**Zeit:** Di. 14 -16 Uhr

**Anmeldung:** bei Otmar Venjakob (bis 01.04.02 nur per email otmar@mathi.uni-heidelberg.de) oder bei K. Wingberg

**Vorkenntnisse:** Algebra

## PROGRAMM

### 1. VORTRAG: Das Quadratische Reziprozitätsgesetz

Legendre Symbol ([Sch, § 2.1]), Quadratisches Reziprozitätsgesetz und Ergänzungssätze ([Sch, Thm. 2.2.1-2.2.3], [S, Part I, Ch.I §3 thm. 5, 6], Primzahlen mit vorgegebener Restklasse ([Sch, §1.5, §2.3], Theorem von Lagrange ([Sch, Thm. 2.4.1, 2.4.2]))

### 2. VORTRAG: Diophantische Gleichungen

Hindernisse gegen die Existenz ganzzahliger Lösungen ([Sch, §3.1, Sätze 3.2.1, 3.2.2]), Diophantische Gleichungen modulo Primpotenzen ([Sch, §3.4]), Reichardt-Gleichung ([Sch, §3.5]).

### 3. VORTRAG: Ganze algebraische Zahlen

Gaußsche Zahlen ([Sch, §4.2, vor allem Thm. 4.2.8, §4.4]), Algebraische (ganze) Zahlen ([N, Kapitel I §2 bis vor Def. 2.5], siehe auch [Sch, §5.2], unbedingt [Sch, 5.2.5]), der Ganzheitsring  $\mathcal{O}_K$  als ganzer Abschluß von  $\mathbb{Z}$  im Zahlkörper  $K$ .

### 4. VORTRAG: Quadratische Zahlkörper I

Spur, Norm und Ganzheitsbasis und Diskriminante (allgemein) ([N, Kapitel I: §2 ab 2.5 bis zum Ende, ohne 2.7, 2.11, 2.12]), Anwendung auf quadratische Zahlkörper ([?, §6.1, vor allem 6.1.10/12, und 6.5.15]).

### 5. VORTRAG: Ideale

Dedekindringe und Ideale ([N, Kapitel I: §3, §6 bis Satz 6.1 einschließlich]).

### 6. VORTRAG: Quadratische Zahlkörper II

Das Zerlegungsgesetz in quadratischen Zahlkörpern ([Sch, §6.5 ab 6.5.13], Verallgemeinerung auf beliebige Zahlkörper (ohne Beweise!) ([N, Kapitel II: §8 nach 8.1 beginnend bis 8.4 einschließlich]).

### 7. VORTRAG: Kreisteilungskörper und Kummererweiterungen

Das Zerlegungsgesetz in  $\mathbb{Q}(\zeta)$  ([N, I §10 bis 10.4 einschließlich]) und in Kummererweiterungen ([B, ???]) .

### 8. VORTRAG: **Arithmetische Progresseion I**

Charaktere endlicher abelscher Gruppen und Dirichlet-Reihen ([S, Ch. VI §1, §2]).

### 9. VORTRAG: **Arithmetische Progresseion II**

Zeta-Funktion und L-Reihen, Dirichlets Theorem ([S, Ch. VI §3, §4]).

#### REFERENCES

- [B] B. J. Birch, *Cyclotomic fields and Kummer extensions*, Algebraic Number Theory (Proc. Instructional Conf., Brighton, 1965), Thompson, Washington, D.C., 1967, pp. 85–93.
- [N] J. Neukirch, *Algebraische Zahlentheorie*, Springer.
- [Sch] A. Schmidt, Einführung in die Zahlentheorie, Vorlesungsskript, erhältlich von <http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~schmidt/lehress2001.html>.
- [S] J.P. Serre, *A Course in Arithmetic*, GTM 7, Springer.