

DARSTELLUNGSTHEORIE ENDLICHER GRUPPEN

Nachfolgend werden die einzelnen Vorträge kurz beschrieben und ergänzende Literatur vorgeschlagen. Es wird dringend empfohlen sich mindestens eine Woche vor dem Vortrag mit mir in Verbindung zu setzen.

1. VOLLSTÄNDIGE REDUZIBILITÄT LINEARER DARSTELLUNGEN ENDLICHER GRUPPEN (ANGELA HALFAR, 6.5.2003)

Definition linearer Darstellungen und ihrer Abbildungen (vgl. G -lineare Abbildungen in [1, I.1.1]); Formulierung in der Matrizenform; Beispiele: 1–dimensionale Darstellungen (Charaktere), reguläre Darstellungen und Permutationsdarstellungen; Teildarstellungen und der Zerlegungssatz Theorem 1 (mit Beweis); Definition von irreduziblen Darstellungen und Beweis von Theorem 2 (vollständige Zerlegbarkeit einer Darstellung in irreduzible Teildarstellungen, Beispiel zur Nicht-Eindeutigkeit); je nachdem wieviel Zeit noch bleibt, sollen noch Konstruktionen wie Tensorprodukt, äußeres Produkt, symmetrisches Produkt, Dual erklärt werden. Optional könnte auch das Beispiel der Σ_3 diskutiert werden (vgl. [1, 1.3]) ([3, I.1] ergänzt durch [1, I.1])

2. CHARAKTER EINER DARSTELLUNG (13.5.2003)

Definition des Charakters einer linearen Darstellung und Verhalten unter Operationen $\otimes, \oplus, \text{Sym}, \wedge, *$; Schursches Lemma und erste Anwendungen; Definition des Skalarprodukts auf den Charakteren und Orthonormalitätsresultat für irreduzible Charaktere (Theorem 3); Folgerungen für irreduzible Darstellungen und Zerlegung von Darstellungen; Irreduzibilitätskriterium Theorem 5; Beispiele: symmetrische Gruppe auf drei Elementen (Beispiel [1, I.2.6]). ([3, I.2.1-2.3] ergänzt durch [1, I.1.2, I.2.1-2.2], die Darstellung in [1, I.2.2] ist leicht verschieden von der in Serre [?, II.2.2-2.3] und mag je nach Präferenz als Vorlage/Ergänzung dienen)

3. ZERLEGUNG EINER REGULÄREN DARSTELLUNG (STEFANIE RIEGEL, 20.5.2003)

Zerlegung einer regulären Darstellung mit Hilfe des Charakters; Klassenfunktionen auf G und ihre Orthonormalbasis (Theorem 6); Anwendungen: Anzahl der irreduziblen Darstellungen einer Gruppe (modulo Isomorphie) und Proposition 7; Beispiel; *kanonische* Zerlegung einer Darstellung (Theorem 8); Beispiele; explizite Zerlegung der Zerlegung aus Theorem 8 in irreduzible Darstellungen; Eventuell Übung [3, I.2.8] ([3, I.2.4-2.7] ergänzt durch [1, I.2.4])

4. INDUZIERTER DARSTELLUNGEN (27.5.2003)

Verwendung der Resultate aus dem letzten Vortrag zur Bestimmung der Darstellungen (endlicher) abelscher Gruppen, Übung [3, I.3.1] gibt ein Resultat für beliebige abelsche Gruppen; Produkte von Gruppen (vgl. Tensorprodukt aus Vortrag 1 und auch [1, I.2.36]); Theorem 10 (mit Beweis); Definition induzierter Darstellungen; Beispiele und Eigenschaften (siehe auch Beispiele [?, ?, I.3.13-3.16] vgl.

Vortrag 7); Existenz und Eindeutigkeit der induzierten Darstellung; Charaktere induzierter Darstellungen. ([3, I.3] ergänzt durch [1, I.2.4,I.3.3])

5. BEISPIELE (DANIEL KENNIG (3.6.2003))

Ergänzend zu den Beispielen in [3, I.5] kann man noch höhere symmetrische und alternierende Gruppen betrachten, z.B. [1, I.3.1,I.3.2].

6. DIE GRUPPENALGEBRA (THOMAS CREUTZIG, 10.6.2003)

Definition und Eigenschaften der Gruppenalgebra von G über einem beliebigen Körper (oder auch kommutativen Ring), eventuell sollte hier noch etwas zu halbeinfachen Algebren gesagt werden, z.B. nach [2, XVIII]; [3, Prop.9,II.6] ist im allgemeinen falsch für Körper von positiver Charakteristik (Übung [3, II.6.1]; Zerlegung von $\mathbf{C}[G]$; eventuell (je nach Kenntnisstand der Seminarteilnehmer) einen kurzen Überblick über die Ganzheitsresultate [3, II.6.4]; Anwendungen auf $\mathbf{C}[G]$. ([3, II.6] und [1, I.3.4])

7. MACKEYS IRREDUZIBILITÄTSKRITERIUM (MICHAEL KRAUS, 17.6.2003)

Alternative Charakterisierung von induzierten (komplexen) Darstellungen in Termen der Gruppenalgebren; Eigenschaften der Induktion (vgl. Vortrag 4); Frobenius Reziprozitätsgesetz; Beispiele, vgl. [1, Ex.I.3.21-3.26]; Restriktion von Darstellungen und Zusammenhang zur Induktion; Mackeysches Irreduzibilitätskriterium. ([3, II.7])

8. BEISPIELE INDUZIRTER DARSTELLUNGEN (FILIPP LEVIKOV, 24.6.2003)

Normale abelsche Untergruppen; Anwendung auf den Grad irreduzibler Darstellungen; Bestimmung der irreduziblen Darstellungen auf semidirekten Produkten mit normalem abelschem Faktor; Beispiele: vgl. Vortrag 5; irreduzible Darstellungen von p -Gruppen in Charakteristik p ; Darstellungen überauflösbarer Gruppen; Beispiele für p -Gruppen, überauflösbare Gruppen; abhängig vom Kenntnisstand der Teilnehmer muss noch etwas Gruppentheorie eingeschoben werden. ([3, II.8])

9. ARTINS THEOREM (ARON FISCHER, 1.7.2003)

Definition des Darstellungsrings $R(G)$ der Gruppe G , virtuelle Charaktere (vgl. [1, I.2.4] wo allgemeiner virtuelle Darstellungen definiert werden und die Definition der Grothendieck-Gruppe in [3, Appendix]); Artins Theorem mit (beiden) Beweisen; Beispiel: Übung [3, II.9.5]. ([3, II.9])

10. DER INDUKTIONSSATZ VON BRAUER (THORSTEN LAGEMANN, 8.7.2003)

p -elementare Untergruppen; Beschreibung der Charaktere, die von Charakteren auf p -elementaren Gruppen induziert werden: Theoreme 18 und 18' (mit Beweisen); Brauers Theorem (mit Beweis). ([3, II.10])

REFERENCES

- [1] W. FULTON AND J. HARRIS, *Representation theory. A first course*, vol. 129 of Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 1991. With 144 illustrations.
 - [2] S. LANG, *Algebra*, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, Mass., second ed., 1984.
 - [3] J.-P. SERRE, *Linear representations of finite groups*, vol. 42 of Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1977.
- E-mail address:* `wortmann@mathi.uni-heidelberg.de`

SIGRID WORTMANN, Zi.108, INF 288, TEL.06221-544896