Übungen zur Analysis I WS 2005/2006 Wissens- und Verständnistest

Name/Vorname: ______________________________

Übungsleiter Analysis: ___________________________

Als angekreuzt gelten:	☒	und	■☒.
Als nicht angekreuzt gelten:	☐	und	■.

Beantworten Sie die folgenden Fragen:

(1) Ist (x_n) eine alternierende Nullfolge, so konvergiert die Reihe $\sum x_n$.

IMMER ☐ ☐ MANCHMAL ☐ NIEMALS

(2) Jede Teilfolge einer konvergenten Folge ist konvergent.

JA ☐ ☐ NEIN

(3) Die Folge (x_n) reeller Zahlen konvergiert genau dann, wenn die Folge (x_n^2) konvergiert.

JA ☐ ☐ NEIN

(4) Die Folge (x_n) positiver reeller Zahlen konvergiert genau dann, wenn die Folge $(1/x_n)$ konvergiert.

JA ☐ ☐ NEIN

(5) Eine monotone Folge reeller Zahlen konvergiert.

☐ IMMER ☐ MANCHMAL ☐ NIEMALS

(6) Sei (x_n) eine Folge mit nicht verschwindenden Folgegliedern, dann ist (x_n^{-1}) eine Cauchyfolge.

☐ IMMER ☐ MANCHMAL ☐ NIEMALS

(7) Ist (x_n) eine monoton steigende Folge von 0 verschiedener Zahlen, so ist (x_n^{-1}) stets eine monoton fallende Folge.

JA ☐ ☐ NEIN

(8) Es gibt eine Cauchyfolge (a_n) rationaler Zahlen, die gegen $\sqrt{3}$ konvergiert.

JA ☐ ☐ NEIN

(9) Für eine reelle Folge $(x_n)_{n\geq 1}$ mit der Eigenschaft $0 < x_n < \frac{1}{n^2}$ konvergiert $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot x_n$.

☐ IMMER ☐ MANCHMAL ☐ NIEMALS

(10) Jede Reihe mit positiven Summanden konvergiert absolut.

JA ☐ ☐ NEIN

(11) Die Folge der Partialsummen einer konvergenten Reihe ist stets

☐ eine beschränkte Folge ☐ eine Cauchyfolge

☐ eine monotone Folge ☐ eine Nullfolge

(12) Aus $|x_n| \leq C_n$ und $\sum C_n < \infty$ folgt die absolute Konvergenz der Reihen $\sum x_n$ und $\sum C_n$.

JA ☐ ☐ NEIN

(13) Sei (a_n) eine Folge reeller Zahlen. Ergänze Sie die Zeichen $\Leftarrow, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ bzw. $\not\Leftrightarrow$ (letzteres wenn ohne zusätzliche Voraussetzungen in keiner Richtung eine Implikation besteht):

$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergiert __________ (a_n) ist Nullfolge;

$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergiert __________ $((-1)^n a_n)$ ist monoton fallende Nullfolge;

$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergiert __________ $(\sum_{i=0}^{n} a_i)_{n\geq 0}$ ist eine Cauchyfolge

$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergiert __________ $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ konvergiert;

$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergiert __________ $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n a_{2^n}$ konvergiert;

(14) Eine divergente Reihe mit positiven Summanden lässt sich so umordnen, dass sie konvergiert.

☐ IMMER ☐ MANCHMAL ☐ NIEMALS

(15) Wenn $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ konvergiert, dann auch $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{a_n}{n^3}$.

JA ☐ ☐ NEIN

(16) Es gilt: $\lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{3}{n^2}\right)^n =$

☐ 1 ☐ e^{-1} ☐ e^{-2} ☐ e^{-3}

(17) Die Menge $M = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 \geq 3, x \geq 0\}$ besitzt

☐ ein Minimum in $\mathbb{R}$ ☐ ein Infimum in $\mathbb{Q}$

☐ eine untere Schranke in $\mathbb{Q}$ ☐ ein Supremum in $\mathbb{R}$

(18) Die Abbildung $\phi : K^* \to K^*, x \mapsto x^2$ mit $K^* = K \backslash \{0\}$ ist

☐ für jeden Körper K ein Homomorphismus

☐ für $K = \mathbb{C}$ injektiv ☐ für $K = \mathbb{Q}$ surjektiv

☐ für $K = \mathbb{R}$ surjektiv ☐ für $K = \mathbb{C}$ surjektiv

☐ für keinen angeordneten Körper K injektiv

(19) Bestimme alle Lösungen von $z^4 = 1$ in $\mathbb{C}$. $\{\underline{\hspace{6cm}}\}$

(20) Ein $z \in \mathbb{C}$ mit $z \neq 0$ ist genau dann reell, wenn z^{-1} reell ist.

JA ☐ ☐ NEIN

(21) Wieviele Lösungen hat die Gleichung $x^2 = 123456789876543$ in $\mathbb{Q}$?

☐ gar keine ☐ zwei

☐ eine ☐ unendlich viele