Mathematisches Institut der Universität Heidelberg

Prof. Dr. Rainer Weissauer / Dr. Uwe Weselmann

Übungen Funktionentheorie 2 SS 10 Blatt 13

Abgabe bis Do 22.07.10 um 11:00 Kasten links neben HS 6

Aufgabe 41) Sei X eine kompakte Riemannsche Fläche mit $H^1(X, \mathcal{O}_X) = 0$. Zeige $dim(\mathcal{O}_D(X)) = 2$ für jeden Divisor der Form $D = P$, $P \in X$ und folgere daraus, dass X zur Riemannschen Zahlenkugel biholomorph äquivalent ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 42) Sei X eine kompakte Riemannsche Fläche mit

$$g = dim(H^1(X, \mathcal{O}_X)) \geq 1.$$

Seien $P, Q \in X$ mit $P \neq Q$ und sei D der Divisor $D = P - Q$. Zeige:

$H^0(X, \mathcal{O}_D) = 0$ und $H^1(X, \mathcal{O}_D) = 0$.

(3 Punkte)

Aufgabe 43) Sei X eine kompakte Riemannsche Fläche. Es gebe eine Konstante k mit der Eigenschaft $H^1(X, \mathcal{O}_D) = 0$ für $deg(D) \geq k$.

Für einen festen Divisor D mit $deg(D) \geq k + 2$ setzen wir $V = H^0(X, \mathcal{O}_D)$. Es sei $\mathbb{P}(V)$ die Menge aller Untervektorräume von V der Kodimension 1.

Zeige, dass die Zuordnung

$$\phi : X \to \mathbb{P}(V), \quad P \mapsto H^0(X, \mathcal{O}_{D-P})$$

eine wohldefinierte und injektive Abbildung ist.

(5 Punkte)