Übungen "Geometrie von Modulkurven" SS 2008

Blatt 8 Abgabe bis Donnerstag 05.06.2008 11:15

Aufgabe 22) Zeige: der Ring $R = \mathbb{Z}[\sqrt{5}] = \{a + b\sqrt{5} | a, b \in \mathbb{Z}\}$ ist nicht regulär.

(2 Punkte)

Aufgabe 23) Sei k ein Körper der Charakteristik $\neq 2, 3$ und $a, b \in k$.

Zeige: Das Schema $X = Proj(k[X, Y, Z]/(Y^2Z - X^3 - aXZ^2 - bZ^3)$ ist genau dann regulär, wenn $27b^3 + 4a^2 \neq 0$ gilt.

(3 Punkte)

Aufgabe 24) Zeige: mit $f = X^2 + Y^2$ ist die "graduierte" Lokalisierung

$$A = \mathbb{R}[X, Y]_{(f)} = \left\{ \frac{P}{f^n} \;\middle|\; P \in \mathbb{R}[X, Y]_{2n}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

zum Ring $B = \mathbb{R}[U, V]/(U^2 + V^2 - 1)$ isomorph.

Hinweis: Man kann z.B. U auf $\frac{X^2-Y^2}{X^2+Y^2}$ und V auf $\frac{2XY}{X^2+Y^2}$ abbilden.

(3 Punkte)