Mathematisches Institut der Uni Heidelberg Dr. U. Weselmann

Übungen "Geometrie von Modulkurven" SS 2008

Blatt 7 Abgabe bis Donnerstag 29.05.2008 11:15

Aufgabe 19) Seien X, Y Varietäten über dem Körper k, die die Struktur eines Gruppenschemas tragen mit neutralen Elementen $e_X \in X(k)$ und $e_Y \in Y(k)$. Sei X/k eigentlich und $\phi : X \to Y$ ein Morphismus über $Spec(k)$ mit $\phi \circ e_X = e_Y$.

Zeige mit Hilfe des Rigiditätslemmas, dass ϕ ein Homomorphismus von Gruppenschemata ist.

(2 Punkte)

Aufgabe 20) Zeige, dass die Proposition:

"Für eine eigentliche Varietät X über einem Körper k gilt $\mathcal{O}_X(X) = k$"

auch für nicht algebraisch abgeschlossene Körper k gilt.

(3 Punkte)

Aufgabe 21) Sei X eine Varietät über $Spec(k)$. Gegeben sei ein Morphismus

$$\sigma : X \times_k X \;\to\; X \quad \text{mit}$$

$$\sigma(a, \sigma(a, b)) = b \text{ und } \sigma(a, b) = \sigma(b, a) \text{ für alle } a, b \in X(\bar{k}),$$

sowie ein $O \in X(k)$.

Zeige: Es gibt Morphismen $\mu : X \times_k X \to X$ und $i : X \to X$ mit $\mu(a, b) = \sigma(O, \sigma(a, b))$ und $i(a) = \sigma(a, \sigma(O, O))$ für $a, b \in X(\bar{k})$. Für diese gilt: $\mu(O, a) = \mu(a, O) = a$ und $\mu(i(a), a) = O$ für alle $a \in X(\bar{k})$.

(2 Punkte)