Mathematisches Institut der Uni Heidelberg Dr. U. Weselmann

Übungen "Geometrie von Modulkurven" SS 2008

Blatt 2 Abgabe bis Donnerstag 24.04.2008 um 11:15 Uhr

Aufgabe 4) Betrachte auf $\mathbb{C}$ die Garbe $\mathcal{O}$ der holomorphen Funktionen als Garbe von abelschen Gruppen sowie den durch Ableiten festgelegten Garbenmorphismus $D : \mathcal{O} \to \mathcal{O}$:

$$D_U : \mathcal{O}(U) \to \mathcal{O}(U), \quad f \mapsto f'.$$

Zeige, dass die Kokern-Prägarbe $\mathcal{F} = coker(D)$ nicht trivial ist, und berechne ihre Garbifizierung $\mathcal{F}^+$. (2 Punkte)

Aufgabe 5) Für einen Körper K Sei $A = K[X,Y]$ und $\mathfrak{m} = (X,Y)$ sowie $U = Spec(A) \backslash \{\mathfrak{m}\}$.

Berechne $\mathcal{O}(U)$ mit Hilfe der Garbenaxiome und Hartshorne Prop. II.2.2 unter Verwendung der offenen Mengen $U_1 = D(X)$ und $U_2 = D(Y)$.

(3 Punkte)

Aufgabe 6) (a) Zeige, dass durch

$$\phi : X \mapsto T^2 - 1, \quad Y \mapsto T(T^2 - 1)$$

ein injektiver Ringhomomorphismus

$$\phi : A = \mathbb{Z}[X,Y]/(Y^2 - X^2(X+1)) \quad \to \quad B = \mathbb{Z}[T]$$

festgelegt wird.

(b) Wie kann man das Bild von ϕ in B beschreiben?

(c) Sei $a \in A$ die Restklasse von X. Bestimme ein Elemente $b \in B$, so dass man einen Isomorphismus für die Lokalisierungen $A_a \tilde{\to} B_b$ erhält.

(4 Punkte)