Mathematisches Institut der Uni Heidelberg Dr. U. Weselmann

Übungen "Geometrie von Modulkurven" SS 2008

Blatt 12 Abgabe bis Donnerstag 03.07.2008 11:15

Aufgabe 33) Zeige: Mit $f(X,Y,Z) = X^3+Y^3+Z^3+\mu XYZ$ und $p \geq 2$ wird der Koeffizient $a_{\mu,p}$ von $(XYZ)^{p-1}$ in f^{p-1} durch folgende Formel gegeben:

$$a_{\mu,p} \quad = \quad \sum_{\nu=0}^{[\frac{p-1}{3}]} \frac{(p-1)!}{(p-1-3\nu)! \cdot \nu!^3} \quad \cdot \quad \mu^{p-1-3\nu}.$$

Bestimme $a_{\mu,5}, a_{\mu,7}, a_{\mu,11}$ explizit.

(2 Punkte)

Aufgabe 34) Sei $N \geq 2$ eine natürliche Zahl und G eine additiv geschriebene endliche abelsche Gruppe mit N^2 Elementen. Für jeden Teiler $n|N$ gelte $\#\{g \in G | ng = 0\} = n^2$. Zeige: $G \cong (\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})^2$.

(2 Punkte)

Aufgabe 35) In den Bezeichungen von Aufgabe 32) sei $A = k$ ein algebraisch abgeschlossener Körper und S/k die dort konstruierte hyperelliptische Kurve.

(a) Man rechne in einem Beispiel explizit nach, dass $\Omega_{S/k}$ nicht lokal frei ist, wenn S nicht regulär ist.

(b) Falls S regulär ist, berechne man $H^i(S, \Omega_{S/k})$ für $i = 0, 1$ explizit mit Hilfe des Čech-Komplexes bezüglich der Überdeckung $\{U_1, U_2\}$.

(4 Punkte)