

Mathematisches Institut der Uni Heidelberg

Prof. Dr. R. Weissauer/ Dr. U. Weselmann

## Übungen "Komplexe Mannigfaltigkeiten" WS 08/09

### Blatt 7 Abgabe bis Freitag 05.12.2008 14:15

**Aufgabe 16)** Zeige für  $i = 1, 2$ , dass jede holomorphe  $i$ -Form auf  $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$  verschwindet.

(3 Punkte)

**Aufgabe 17)** (a) Zeige, dass  $Z = \{(x : y : z : w) \in \mathbb{P}^3(\mathbb{C}) \mid xy = zw\}$  eine komplexe Mannigfaltigkeit ist.

(b) Zeige, dass die Abbildung

$$\phi : X = \mathbb{P}^1(\mathbb{C}) \times \mathbb{P}^1(\mathbb{C}) \rightarrow \mathbb{P}^3(\mathbb{C}), \quad ((a : b), (c : d)) \mapsto (ac : bd : ad : bc)$$

einen Isomorphismus von komplexen Mannigfaltigkeiten  $X \cong Z$  induziert.

(c) Mittels Aufgabe 1) können wir Kählerformen  $\omega_i$  auf  $\mathbb{P}^i(\mathbb{C})$  konstruieren.

Bestimme auf  $X$  die harmonischen Formen  $\mathcal{H}^{1,1}(X)$  bezüglich der Kählerform  $\eta_1 = \phi^*(\omega_3)$  und diejenigen bezüglich  $\eta_2 = \pi_1^*\omega_1 + \pi_2^*\omega_1$ , wobei  $\pi_i : X \rightarrow \mathbb{P}^1(\mathbb{C})$  die kanonischen Projektionen sind.

(7=2+2+3 Punkte)