Mathematisches Institut der Uni Heidelberg

Prof. Dr. R. Weissauer/ Dr. U. Weselmann

Übungen "Komplexe Mannigfaltigkeiten" WS 08/09

Blatt 6 Abgabe bis Freitag 28.11.2008 14:15

Aufgabe 13) Seien X_1, X_2 zwei kompakte Kählermannigfaltigkeiten mit Kählerformen ω_1, ω_2.

(a) Zeige: $X = X_1 \times X_2$ wird eine kompakte Kählermannigfaltigkeit mit Kählerform $\omega = \pi_1^*\omega_1 + \pi_2^*\omega_2$, wobei $\pi_i : X \to X_i$ für $i = 1, 2$ die kanonische Projektion bezeichnet.

(b) Zeige, dass man Isomorphismen hat:

$$\mathcal{H}^{p,q}(X) \quad \cong \quad \bigoplus_{i=0}^{p} \bigoplus_{j=0}^{q} \mathcal{H}^{i,j}(X_1) \otimes \mathcal{H}^{p-i,q-j}(X_2).$$

(4=1+3 Punkte)

Aufgabe 14) (a) Wie sehen die harmonischen Formen auf einer eindimensionalen kompakten Kählermannigfaltigkeit X mit Kählermetrik ω aus?

(b) Man konstruiere eine eindimensionale kompakte Kählermannigfaltigkeit X , so dass mit $\alpha, \beta \in \mathcal{H}^1(X) \neq 0$ jeweils $\alpha \wedge \beta \in \mathcal{H}^2(X)$ gilt.

(3=1+2 Punkte)

Aufgabe 15) Sei ω Kählerform auf einer komplexen Mannigfaltigkeit X und $f : X \to \mathbb{C}$ eine holomorphe Funktion. Man leite eine möglichst einfache Formel für $\partial^*\partial f$ her, wobei ∂^* bezüglich ω gebildet wird.

(2 Punkte)