Mathematisches Institut der Uni Heidelberg

Prof. Dr. R. Weissauer/ Dr. U. Weselmann

Übungen "Komplexe Mannigfaltigkeiten" WS 08/09

Blatt 2 Abgabe bis Freitag 31.10.2008 14:15

Aufgabe 3) Zeige: Auf einem Polyzylinder $U \subset \mathbb{C}^n$ ist jede geschlossene $(1,1)$ Form ω in der Gestalt $\omega = \partial\bar{\partial}\alpha$ mit einer differenzierbaren Funktion $\alpha : U \to \mathbb{C}$ darstellbar.

(3 Punkte)

Aufgabe 4) Sei $J \in Mat_{n\times n}(\mathbb{R})$ eine Matrix mit $J \cdot J = -E$.

Zeige, dass $n = 2m$ gerade ist und dass die beiden $\mathbb{R}$-Vektorräume

$$X = \left\{A \in Mat_{n\times n}(\mathbb{R}) \;\middle|\; A \cdot J + {}^tJ \cdot A = 0, \;\; A = {}^tA\right\} \qquad \text{und}$$

$$Y = \left\{B \in Mat_{n\times n}(\mathbb{R}) \;\middle|\; B \cdot J = -{}^tJ \cdot B, \quad B = -{}^tB\right\}$$

zueinander isomorph sind.

Man konstruiere weiterhin einen Isomorphismus $X \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C} \cong Mat_{m\times m}(\mathbb{C})$.

(3 Punkte)

Aufgabe 5) Für eine positive differenzierbare Funktion $f : \mathbb{C}^m \to \mathbb{R}_{>0}$ sei $\omega = \partial\bar{\partial}(log(f)) \in A^{1,1}(\mathbb{C}^m)$ sowie für $n \leq m$

$$\alpha = \omega \wedge \ldots \wedge \omega \in A^{n,n}(\mathbb{C}^m).$$

Zeige $\alpha = d\beta$ mit

$$\beta = \frac{\bar{\partial} f \wedge \partial\bar{\partial} f \wedge \ldots \wedge \partial\bar{\partial} f}{f^n} \in A^{n-1,n}(\mathbb{C}^m).$$

(3 Punkte)