Mathematisches Institut der Uni Heidelberg

Prof. Dr. R. Weissauer/ Dr. U. Weselmann

Übungen "Komplexe Mannigfaltigkeiten" WS 08/09

Blatt 12   Abgabe bis Freitag 23.01.2009 14:15

Aufgabe 23) In den Bezeichnungen von Aufgabe 22) zeige man, dass

(a) $Cl(1,2)$ zu $M_2(\mathbb{C})$ und

(b) $Cl(2,1)$ zu $M_2(\mathbb{R}) \oplus M_2(\mathbb{R})$

jeweils als Algebra isomorph ist.

(4=2+2 Punkte)

Aufgabe 24) Für einen 4-dimensionalen K-Vektorraum V wählen wir einen Isomorphismus $\phi : \Lambda^4 V \cong K$. Sei $W = \Lambda^2 V$ und b die symmetrische Bilinearform $b(x,y) = \phi(x \wedge y)$ auf W.

Für $\alpha \in End(V)$ sei $\tilde{\alpha} : W \to W$ der durch $\tilde{\alpha}(v_1 \wedge v_2) = \alpha(v_1) \wedge \alpha(v_2)$ induzierte Endomorphismus.

(a) Zeige, dass die Zuordnung $\alpha \mapsto \tilde{\alpha}$ einen Homomorphismus von Gruppen $\psi : SL(V) \to SO(W,b)$ induziert und berechne dessen Kern.

(b) Ist $\lambda : W \to K$ eine Linearform und $\sigma : V \times V \to K$ die durch $\sigma(v_1, v_2) = \lambda(v_1 \wedge v_2)$ definierte symplektische Form, so zeige man, dass ψ die Untergruppe $Sp(V,\sigma)$ nach $SO(ker(\lambda), b)$ abbildet.

(4=3+1 Punkte)