

Mathematisches Institut der Universität Heidelberg

Prof. Dr. Rainer Weissauer / Dr. Uwe Weselmann

Übungen Funktionentheorie 1 WS 09/10 Blatt 1

Abgabe bis Fr 23.10.09 um 11:00 Kästen zwischen HS 2 und HS 6

Aufgabe 1) Schatzsuche "Man gehe vom Galgen G zum kleinen Baum B1, dann noch einmal dieselbe Strecke in der gleichen Richtung, biege im rechten Winkel nach links ab, gehe noch einmal eine Strecke derselben Länge und errichte dort eine Fahne F1. Danach gehe man **vom großen Baum B2 zum Galgen G**, biege dort im rechten Winkel nach links ab und gehe noch einmal eine Strecke dieser zweiten Länge, an deren Ende man die Fahne F2 errichtet. Am Mittelpunkt der Strecke zwischen den beiden Fahnen befindet sich der Schatz S."

Als der Schatzsucher mit dieser Beschreibung die Insel erreicht, sind der große und der kleine Baum noch vorhanden, vom Galgen aber fehlt jede Spur. Mit welcher Anweisung kann man dem Schatzsucher helfen?

(4 Punkte)

Aufgabe 2) Bestimme alle $z = x + iy \in \mathbb{C}$, für die gilt:

$$(a) \quad z^2 = \bar{z} \qquad (b) \quad z^2 = 3 + 2i.$$

(4=2+2 Punkte)

Aufgabe 3) (a) Für $a, z \in \mathbb{C}$ zeige man:

$$|1 - z\bar{a}|^2 - |z - a|^2 = (1 - |z|^2) \cdot (1 - |a|^2).$$

Sei ab jetzt $a, b, z \in \mathcal{E} = \{w \in \mathbb{C} \mid |w| < 1\}$ und $\zeta \in S^1 = \{w \in \mathbb{C} \mid |w| = 1\}$.

Setze $f_a(z) = \frac{z-a}{az-1}$ und zeige

(b) $f_a(z) \in \mathcal{E}$;

(c) $f_a(\zeta z) = \zeta \cdot f_{a\bar{\zeta}}(z);$

(d) $f_a(f_b(z)) = f_c(\mu z)$

mit $c = f_a(b) \in \mathcal{E}$ und geeignetem $\mu \in S^1$.

(5=1+1+1+2 Punkte)